

ОПТИМИЗАЦИОННЫЕ МОДЕЛИ ВЫБОРА МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ ЛОГИСТИЧЕСКИХ ЦЕНТРОВ В ЭЛЕКТРОННОЙ ТОРГОВЛЕ

С. Р. ДУТИН¹⁾

¹⁾Белорусский государственный университет, пр. Независимости, 4, 220030, г. Минск, Беларусь

Аннотация. Представлены оригинальные математические модели логистики нового класса задач – электронной торговли. Предлагаемые оптимизационные модели выбора местоположения логистических центров и почтовых отделов в сетях электронной доставки разработаны на основе классических графовых задач о k центрах и k медианах.

Ключевые слова: логистика электронной торговли; трансграничная электронная торговля; электронная доставка; задача о k центрах; задача о k медианах; оптимизация расположения центров.

OPTIMISATION MODELS FOR CHOOSING THE LOCATION OF LOGISTICS CENTRES IN ELECTRONIC COMMERCE

S. R. DUTIN^a

^aBelarusian State University, 4 Niezaliezhnasci Avenue, Minsk 220030, Belarus

Abstract. Original mathematical models are presented for logistics of a new class of problems – electronic commerce. The proposed optimisation models for choosing the location of logistics centres and parcel terminals in electronic delivery networks are developed on the basis of classical graph problems about k centres and k medians.

Keywords: electronic commerce logistics; cross-border electronic commerce; electronic delivery; problem about k centres; problem about k medians; optimisation of the location of centres.

Введение

Транспортные издержки в зависимости от отрасли экономики составляют 10–50 % от стоимости товара, поэтому для транспортного бизнеса характерно стремление оптимизировать свои затраты без снижения уровня сервиса, что требует эффективных методов размещения логистических центров.

Первым транспортные задачи для снабжения армии Наполеона стал решать знаменитый французский математик Г. Монж в конце XVIII в. Впоследствии советский математик Л. В. Канторович решал такие задачи для развозки грузов по огромной территории СССР (подробнее см. [1]). Позднее американские ученые Д. Р. Фалкерсон и Л. Р. Форд – младший сформулировали более практичные сетевые версии транспортных задач, в которых маршруты составляются на основе графа дорог. Следующий шаг

Образец цитирования:

Дутин СР. Оптимизационные модели выбора местоположения логистических центров в электронной торговле. *Журнал Белорусского государственного университета. Экономика.* 2025;1:10–14.
EDN: XIZQQT

For citation:

Dutin SR. Optimisation models for choosing the location of logistics centres in electronic commerce. *Journal of the Belarusian State University. Economics.* 2025;1:10–14. Russian.
EDN: XIZQQT

Автор:

Сергей Русланович Дутин – аспирант кафедры аналитической экономики и эконометрики экономического факультета. Научный руководитель – доктор экономических наук, доцент А. А. Королёва.

Author:

Sergey R. Dutin, postgraduate student at the department of analytical economics and econometrics, faculty of economics.
sergei.dutin@gmail.com

к обобщению сетевых транспортных задач был сделан М. М. Ковалёвым и Н. Н. Писаруком: они создали методы решения сетевых транспортных задач с дополнительными условиями взаимозаменяемого спроса и предложения, смоделированными с помощью субмодулярных функций (см., например, [2]).

Новые требования к оптимизации размещения логистических центров предъявила бурно развивающаяся внутристрановая и трансграничная электронная торговля. Среднегодовые темпы развития этих обеих форм электронной торговли выражаются двузначными числами, а их особенностью являются чрезвычайно высокие требования к скорости доставки (до половины товаров электронной торговли доставляются день в день). Вышеуказанные обстоятельства привели к созданию нового сектора транспортной логистики – так называемой электронной доставки, доходы которой растут со среднегодовой скоростью почти 20 %. По многочисленным прогнозам, данная тенденция сохранится до 2032 г., т. е. доходы электронной доставки увеличатся с 441,55 млрд долл. США в 2023 г. до 1900,0 млрд долл. США к 2032 г. Особенно быстро растет и будет расти сектор логистики трансграничной электронной торговли, для которого $CAGR(2024, 2030) = 25,4 \%$ (порталы *grandviewresearch.com*, *fortunebusinessinsights.com* и др.). Стремительное развитие транспортной логистики электронной торговли (электронной доставки) потребовало как реорганизовать традиционные сети почт и экспресс-доставок стран мира, так и дополнить их специальными системами электронной доставки (аутсорсинговыми или принадлежащими маркетплейсам). В обоих случаях возникли проблемы массового строительства логистических центров хранения и сортировки товаров электронной торговли, а следовательно, оптимального выбора их местоположения.

В литературе описаны отдельные эвристические методы выбора местоположения логистических центров. Например, в статье [3] предложен метод выбора региона размещения крупных логистических контейнерных терминалов в Уральском федеральном округе с эффектом 6,6 млрд руб. в год за счет вычисления интегральной оценки привлекательности на основе 13 факторов социально-экономической группы (объем розничного товарооборота на душу населения и др.), инфраструктурно-географической группы (наличие транспортных коридоров и т. д.) и группы транспортной работы региона (например, объемы перевозки грузов железнодорожным и автомобильным транспортом). В публикации [4] данный метод был развит в систему методов выбора местоположения сети логистических распределительно-сервисных центров с использованием имитационного моделирования на примере Магнитогорского региона. Эти исследования были обобщены в диссертациях О. А. Копыловой [5] и А. Ю. Куровой [6].

О важности проблемы размещения логистических распределительных центров свидетельствует ее обсуждение в Аналитическом центре при Правительстве Российской Федерации (<https://ac.gov.ru>) в 2018 г.

Интересные рейтинговые методики формирования сети логистических центров во Вьетнаме изучены в работе [7].

Современные модели оптимизации транспорта компании электронной торговли (электронной доставки) строят на цифровой копии используемой транспортной сети для решения следующих задач:

- 1) оптимизации размещения логистических распределительных центров;
- 2) оптимизации затрат на доставку от поставщиков товаров до логистических центров и почтоматов (точек хранения и выдачи заказов);
- 3) оптимизации маршрутов транспорта от логистических распределительных центров до почтоматов;
- 4) поиска оптимального баланса транспортных и складских затрат;
- 5) оптимизации парка транспортных средств, включая баланс собственного и наемного транспорта;
- 6) моделирования обратных потоков с минимизацией порожнего пробега и возврата отказных заказов;
- 7) календаризации поставок в недельном разрезе с учетом своевременного выполнения заказов;
- 8) ежедневного динамического планирования оптимальных маршрутов доставки заказов от промежуточных логистических центров до почтоматов.

Современные системы оптимизации электронной доставки создаются на базе алгоритмов выбора местоположения складов, маршрутизации и группировки заказов с использованием искусственного интеллекта (см., например, AI-платформу российской компании *Master Delivery* и публикацию [8]).

Модели и алгоритмы решения оптимизационных задач электронной доставки были изучены в работе [9]. Настоящая статья, продолжая это исследование, концентрирует внимание на моделях и методах выбора местоположения логистических центров промежуточного хранения товаров электронной торговли, а также точек размещения почтоматов на карте города.

Модели выбора местоположения логистических центров

Цепи поставок товаров электронной торговли (особенно трансграничной), которые мы называем электронной доставкой, могут отличаться значительными расстояниями между поставщиками и покупателями товаров. Крупные маркетплейсы типа *Alibaba*, *Wildberries*, *Ozon*, как правило, имеют собственные системы логистической доставки заказанного товара. Другие маркетплейсы прибегают к услугам почты

или систем экспресс-доставки, которые организуют специальные места международного почтового обмена и таможенного оформления (типичные примеры – аэропорты Внуково, Пулково и Толмачево в России). Проблема выбора местоположения логистических центров для акционерного общества «Почта России» изучалась в работе [8]. В собственных системах цепей поставок товаров электронной торговли также необходимо выбрать местоположение логистических складов в странах массовых заказов, где будут храниться нерастаможенные товары, дожидаясь заказа, и определить точки размещения почтоматов в районах города или подъездах домов.

Задача оптимизации процесса доставки товаров в почтоматы включает следующие этапы.

Этап 1: выбор точки размещения почтомата с учетом местоположения потенциальных заказчиков.

Этап 2: решение задачи доставки от логистического центра до почтомата.

Этап 3: решение задачи целесообразности сдачи почтомата в аренду другим компаниям.

Этап 4: выбор способов оповещения клиентов и способов открытия ячейки.

Модель модифицированной задачи о k центрах графа (быстрота электронной доставки). Понятие «центр графа» («центр Жордана») возникло давно. Оно подразумевает под собой все вершины графа, для которых наибольшее расстояние до других вершин является минимальным (данное минимальное расстояние называется радиусом графа). В логистике подобные модели возникают в ситуации, когда нужно так разместить логистические центры, чтобы минимизировать расстояние до самых дальних заказчиков.

Для поиска центра графа был предложен алгоритм Флойда – Уоршелла (см. [3]). При решении прикладных задач размещения (заводов, больниц скорой помощи и т. д.) как задач минимизации расстояния до наиболее удаленного объекта возникла необходимость принимать вес ребра графа равным его длине и брать не один, а заданное число (k) центров. Подобную модель назвали задачей о взвешенных k центрах графа. Она состоит в том, чтобы в графе $G = (V, E)$ найти вершину, удовлетворяющую условию

$$\min_{i \in V} \max_{j \in V} \text{dist}(i, j),$$

где $\text{dist}(i, j)$ – расстояние между вершинами i и j графа G , которое вычисляется как число ребер (возможно, взвешенных) в пути между i и j , т. е. стоимость $d(s, k)$ перевозки по ребру (s, k) .

Аналогично задаче о центре графа формулируется задача о k центрах: требуется найти такое множество $X \subset V$ вершин графа мощности k , $|X| = k$, чтобы выполнялось условие

$$\min_{\substack{i \in V, \\ |X| = k}} f_1(X) = \max_{i \in V \setminus X} \text{dist}(i, X),$$

где $\text{dist}(i, X) = \min_{j \in X} \text{dist}(i, j)$ – минимальное расстояние $j \in X$ от пункта i до ближайшего из k центров.

В рассматриваемой задаче выбора местоположения логистических центров (например, центров обмена посылками электронной доставки) $\text{dist}(i, j)$, т. е. расстояние между вершинами i и j графа G сети дорог, вычисляется не только как длина дорог, но и как сумма весов вершин вдоль пути между i и j . Вершина i получает веса в зависимости от прогнозируемого объема поступления в нее посылок электронной доставки в сутки. У каждого предполагаемого центра i , принадлежащего множеству X , также имеется стоимость размещения в пункте i логистического центра.

Новую задачу назовем модифицированной задачей о k центрах графа. Эта задача является наиболее подходящей моделью для выхода компании электронной доставки на рынок, определяющей местоположение всех k новых логистических центров сортировки или формирования посылок. Главным критерием оптимизации выбора местоположения логистических центров в модифицированной задаче о k центрах графа служит быстрота доставки, т. е. отсутствие заказчиков на чрезвычайно далеких расстояниях с учетом загруженности этих длинных путей доставляемыми посылками.

Для систем электронной доставки, уже располагающих построенными и действующими k' логистическими центрами и принявших решение построить k'' центров, задача видоизменяется, так как в искомом множестве центров X фиксировано местоположение k' центров, которое нужно пополнить выбранным местоположением еще k'' центров. Очевидно, что математическая суть задачи (см. [10, гл. 5]) при этом не изменяется.

Модель задачи о k медианах графа для выбора местоположения почтоматов. Медианой графа называется вершина, для которой сумма кратчайших расстояний до остальных вершин графа является минимально возможной.

В настоящее время в городах массово организуются точки получения заказанных товаров – почтоматы. Они представляют собой небольшие (в Китае, наоборот, очень большие) помещения, оборудованные номерными ячейками хранения, из которых покупатели забирают свой оплаченный товар. Для микрорайона возникает задача выбора помещения для аренды под почтомат при наличии альтернатив. Пусть W – множество помещений i с арендной платой c_i в месяц. Предположим, что микрорайон разбит на

агломерации вплоть до отдельных домов $j \in V$, а $\text{dist}(i, j)$ есть расстояние между домом j и возможным почтоматом i . Известно также прогнозное число b_j заказов из дома j в месяц. Необходимо так расположить почтоматы, чтобы минимизировать суммарные походы клиентов за своими товарами:

$$\min_{\substack{X \subseteq W, \\ |X| \leq k}} f_1(X) = \sum_{i \in X} c_i^+ \sum_{j \in V} \min_{i \in X} \text{dist}(i, j) b_j.$$

Задача может рассматриваться и в версии, когда в микрорайоне уже имеется множество почтоматов X' и к ним нужно добавить новые почтоматы из неизвестного множества X'' , от этого математическая суть задачи не изменится.

Модель модифицированной задачи о k медианах графа (минимальные затраты на электронную доставку). В задачах о выборе местоположения одного логистического центра в сети дорог требуется расположить его так, чтобы сумма кратчайших расстояний до остальных вершин графа была минимально возможной, что снизит затраты на электронную доставку. Это местоположение и есть медиана графа. Однако чаще возникает задача размещения не одного, а k логистических центров из множества X , которые должны быть выбраны так, чтобы сумма кратчайших расстояний от любой вершины i до остальных вершин из множества X , $|X| = k$, принимала минимально возможное значение:

$$\min_{X \subseteq V} f_2(X) = \sum_{i \in V \setminus X} \text{dist}(i, X),$$

где $\text{dist}(i, X)$ – минимальное расстояние от вершины i до ближайшего логистического центра из множества медиан X . Подробнее математическую суть задачи можно посмотреть в работе [10, гл. 6]. В модифицированной задаче при определенных $\text{dist}(i, X)$ учитываются веса промежуточных вершин вдоль пути из вершины i в свой логистический центр из множества X , связанные с прогнозируемыми объемами поставок. У каждой потенциальной медианы i из множества X также имеется фиксированная стоимость строительства логистического центра D_i , которая зависит от вершины i .

Отметим, что в результате решения задачи о k медианах, помимо определения медиан, т. е. местоположения логистических центров, каждый пункт заказчиков прикрепляется к одному из логистических центров.

Модели модифицированной задачи о k медианах, как и задачи о k центрах графа, относятся к так называемым NP-трудным задачам, т. е. задачам, для которых эффективные полиномиальные алгоритмы неизвестны, в связи с чем приходится строить переборные алгоритмы типа ветвей и границ [10] или приближенные эвристические алгоритмы.

Главным общим свойством обеих модифицированных для целей электронной доставки задач о k центрах и k медианах является супермодулярность их минимизируемых функций $f_1(X)$ и $f_2(X)$ [1].

Напомним, что функция $f(X)$ называется супермодулярной, если ее i -градиенты $\Delta_i f(X) = f(X \cup i) - f(X)$ не возрастают. Если в точке X все i -градиенты неотрицательны, то на всякой цепи множеств $X_1 \subseteq \dots \subseteq X \subseteq X_k$ (содержащей X) функция $f(X)$ в точке X достигает локального минимума, т. е. не возрастает до X и не убывает после X . Это важное свойство супермодулярной функции позволяет в процессе перебора при поиске ее минимума отсекал как неоптимальные целые направления перебора.

Алгоритмы минимизации расположения k центров или k медиан

Однокоординатный градиентный алгоритм. Данный алгоритм иногда называют жадным (*greedy*). Впервые его предложил главный интендант армии Наполеона, впоследствии знаменитый математик Г. Монж для решения задач выбора поставщиков грузов для французских войск. В применении к модифицированной задаче о k центрах или k медианах он выглядит следующим образом. Пусть X_0 – уже имеющееся множество из k' логистических складов (X_0 может быть пустым множеством, если склады строятся с нуля). Тогда итерация t ($t = 1, \dots, k - k'$) состоит в следующем: находим пункт $i(t) \in V \setminus X_{t-1}$, для которого i -градиент

$$\Delta_i f(X_{t-1}) = f(X_{t-1} \cup i) - f(X_{t-1})$$

принимает наименьшее значение. Она показывает, насколько изменятся затраты на электронную доставку, если в пункте $i(t)$ разместить логистический центр и положить, что $X_t = X_{t-1} \cup i(t)$. Такой простой алгоритм (правда, с достаточно сложными графовыми процедурами поиска путей доставок, необходимыми для вычисления $\Delta_i f(X_{t-1})$) дает вполне приличное решение (см. [2]).

Бикоординатный градиентный алгоритм. Идея данного алгоритма проста: выбираем начальное множество X_1 из k вершин (естественно, в него входят, если имеются, уже построенные логистические центры) и для любой пары (i, j) , $i \in X_t$, $j \in V \setminus X_t$, $t = 1, \dots, n$, вычисляем (i, j) -градиент

$$\Delta_{ij}f(X_t) = f(X_t) - f(X_t \cup j \setminus i)$$

и находим ту t -пару $t(i, j)$, для которой $\Delta_{ij}f(X_t)$ минимален, а затем заменяем текущее множество на множество $X_{t+1} = X_t \setminus i \cup j$. Алгоритм заканчивает работу, когда уменьшить затраты за счет подбора пар (i, j) невозможно, т. е. $\Delta_{ij}f(X_t)$ положителен для всех (i, j) . Полученное множество X_{t+1} центров (медиан) и будет эвристически оптимальным для размещения логистических центров. При экспериментальных расчетах в качестве начального множества X_1 бралось уже хорошее решение, полученное с использованием однокоординатного градиентного алгоритма, и далее улучшалось с помощью бикоординатного градиентного алгоритма.

Ряд авторов называют подобный алгоритм 2-локальным, так как он находит локально-оптимальное решение в окрестности 2. Заметим, что в книге [2] описаны ситуации, в которых алгоритм дает оптимальное решение при минимизации любой супермодулярной функции.

Алгоритм ветвей и границ. Для алгоритма ветвей и границ имеются многочисленные программные системы, в том числе коммерческие, однако они, как правило, требуют сформулировать модель в форме задачи целочисленного программирования. Для этого введем переменные $x_{ij} = 1$, если вершина i будет медианой, и $x_{ii} = 0$ в противном случае, а также $x_{ij} = 1$, если вершину j прикрепим к медиане i . Тогда получим задачу целочисленного программирования

$$\min \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \text{dist}(i, j) x_{ij}$$

при ограничениях

$$\sum_{i \in V} x_{ij} = 1, j \in V,$$

$$\sum_{i \in V} x_{ii} = k,$$

$$x_{ij} \leq x_{ii}, i, j \in V.$$

Для ее решения воспользуемся стандартными программами.

Заключение

На основе классических графовых задач о k центрах и k медианах сформулирован целый ряд новых моделей выбора местоположения логистических центров в сетях электронной доставки. Построенные модели и алгоритмы могут применяться в самых разных системах транспортной логистики и уже используются при электронной доставке в сети заведений быстрого питания *KFC*.

Библиографические ссылки

1. Королёва АА. *Математический инструментальный анализ развития транспортной логистики в Беларуси*. Минск: БГУ; 2022. 279 с.
2. Ковалёв ММ. *Матроиды в дискретной оптимизации*. Минск: Университетское; 1987. 222 с.
3. Рахмангулов АН, Копылова ОА, Аутов ЕК. Выбор мест для логистических мощностей. *Мир транспорта*. 2012;10(1): 84–91. EDN: OWZIXW.
4. Кайгородцев АА, Рахмангулов АН. Система методов выбора места размещения логистического распределительного центра. *Современные проблемы транспортного комплекса России*. 2012;2(1):23–37. EDN: PBGCTL.
5. Копылова ОА. *Методика оценки вариантов размещения региональных логистических центров* [диссертация]. Екатеринбург: [б. и.]; 2014. 189 с.
6. Курова АЮ. *Организационно-методическое обеспечение процессов формирования и функционирования логистических центров* [диссертация]. Москва: [б. и.]; 2015. 139 с.
7. Прохоров В, Чирухин В, Хамидуллина Ж. К вопросу о формировании сети логистических центров в Республике Вьетнам. Часть 1. *Логистика*. 2018;11:36–40. EDN: MHCQST.
8. Макаров ВВ, Слуцкий МГ, Иванова ЮА. Инновационная модель организации цепи поставок товаров электронной торговли с использованием логистических центров. *Международный журнал гуманитарных и естественных наук*. 2019;4(2): 189–193. DOI: 10.24411/2500-1000-2019-10782.
9. Дутин С. Сетевая модель и методы решения задачи k коммивояжеров для оптимизации маршрутов доставки. *Журнал Белорусского государственного университета. Экономика*. 2023;2:20–24. EDN: PQHBZW.
10. Кристофидес Н. *Теория графов: алгоритмический подход*. Гаврилов ГП, редактор; Вершков ЭВ, Коновальцев ИВ, переводчики. Москва: Мир; 1978. 432 с.

Статья поступила в редколлегию 04.03.2025.
Received by editorial board 04.03.2025.