

УДК 539.32:536.2

ВЛИЯНИЕ ПРОТЯЖЕННОСТИ ИСТОЧНИКОВ ТЕПЛА НА ВНЕШНЕЙ ГРАНИЦЕ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ В ПРОФИЛИРОВАННЫХ ПОЛЯРНО-ОРТОТРОПНЫХ КОЛЬЦЕВЫХ ПЛАСТИНАХ С УЧЕТОМ ТЕПЛООБМЕНА С ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДОЙ

В. В. КОРОЛЕВИЧ¹⁾, Д. Г. МЕДВЕДЕВ²⁾

¹⁾Международный центр современного образования, ул. Штепанска, 61, 110 00, г. Прага 1, Чехия

²⁾Белорусский государственный университет, пр. Независимости, 4, 220030, г. Минск, Беларусь

Исследуется влияние N протяженных источников тепла на внешних границах на неосесимметричное распределение температуры в профилированных полярно-ортотропных кольцевых пластинах с учетом теплообмена с окружающей средой. Решение стационарной задачи теплопроводности для анизотропных кольцевых пластин произвольного профиля записывается через решение соответствующего интегрального уравнения Вольтерры 2-го рода. Приводится формула расчета температур в анизотропных кольцевых пластинах произвольного профиля. Записывается точное решение стационарной задачи теплопроводности для обратноконической полярно-ортотропной кольцевой пластины. Показано, что в такой анизотропной пластине распределение температуры от N протяженных источников тепла на ее внешней границе имеет более сложный характер, чем распределение температуры от N точечных источников тепла на внешнем контуре.

Ключевые слова: полярно-ортотропная кольцевая пластина; температура; стационарное уравнение теплопроводности; интегральное уравнение Вольтерры 2-го рода; обратноконическая кольцевая пластина.

THE INFLUENCE OF THE LENGTH OF HEAT SOURCES ON THE EXTERNAL BORDER ON THE TEMPERATURE DISTRIBUTION IN PROFILED POLAR-ORTHOTROPIC RING PLATES TAKING INTO ACCOUNT THERE HEAT EXCHANGE WITH THE EXTERNAL ENVIRONMENT

U. V. KARALEVICH^a, D. G. MEDVEDEV^b

^aInternational Center of Modern Education, 61 Štěpánská Street, Prague 1, PSC 110 00, Czech

^bBelarusian State University, 4 Niezaliežnasci Avenue, Minsk 220030, Belarus

Corresponding author: U. V. Karalevich (v.korolevich@mail.ru)

We study the influence of N extended heat sources at external boundaries on the nonaxisymmetric temperature distribution on profiled polar-orthotropic ring plates and take into account heat exchange with the external environment. The solution of the stationary heat conduction problem for anisotropic annular plates of a random profile is resolved through the solution of the corresponding Volterra integral equation of the second kind. The formula of a temperature

Образец цитирования:

Королевич ВВ, Медведев ДГ. Влияние протяженности источников тепла на внешней границе на распределение температуры в профилированных полярно-ортотропных кольцевых пластинах с учетом теплообмена с окружающей средой. *Журнал Белорусского государственного университета. Математика. Информатика.* 2020;3:86–91. <https://doi.org/10.33581/2520-6508-2020-3-86-91>

For citation:

Karalevich UV, Medvedev DG. The influence of the length of heat sources on the external border on the temperature distribution in profiled polar-orthotropic ring plates taking into account there heat exchange with the external environment. *Journal of the Belarusian State University. Mathematics and Informatics.* 2020;3:86–91. Russian. <https://doi.org/10.33581/2520-6508-2020-3-86-91>

Авторы:

Владимир Васильевич Королевич – преподаватель.
Дмитрий Георгиевич Медведев – доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, доцент; первый проректор.

Authors:

Uladzimir V. Karalevich, lecturer.
v.korolevich@mail.ru
Dmitrij G. Medvedev, doctor of science (pedagogics), PhD (physics and mathematics), docent; first vice-rector.
medvedev@bsu.by

calculations in anisotropic annular plates of a random profile is given. The exact solution of stationary heat conductivity problem for a reverse conical polar-orthotropic ring plate is recorded. The temperature distribution in such anisotropic plate from N extended heat sources at its outer border is more complex than in the case of temperature distribution from N point heat sources at their external border.

Keywords: polar-orthotropic annular plate; temperature; stationary equation of heat conductivity; Volterra integral equation of the second kind; reverse conical ring plate.

Введение

Данная статья посвящена исследованию неосесимметричного распределения температуры $T(r, \theta)$ в полярно-ортотропных кольцевых пластинах переменной толщины $h(r)$ с учетом теплообмена с окружающей средой, когда на внутреннем контуре (при $r = r_0$) пластины поддерживается постоянная температура T_1^* , а на внешнем контуре (при $r = R$) приложено N источников тепла с температурой T_2^* каждый.

В отличие от работы [1] в настоящей статье при изучении распределения температуры в профилированной анизотропной кольцевой пластине учитывается *дискретность* расположения *протяженных источников тепла* на внешнем контуре. Полученные результаты имеют практическую значимость при проектировании и расчете на прочность дисков высокоскоростных газотурбинных авиационных двигателей, изготавливаемых из современных композитных материалов, так как возникающие в них термоупругие напряжения могут существенно влиять на напряженно-деформированное состояние диска турбины. Расчетная схема, учитывающая протяженность конечного числа источников тепла на внешней границе профилированных анизотропных дисков, позволяет реально оценить вклад термоупругих напряжений в общую картину распределения напряжений во вращающемся диске турбины.

Постановка задачи и основные уравнения

В работе исследуется влияние протяженности источников тепла на внешней границе на распределение температуры в анизотропной кольцевой пластине переменной толщины с учетом теплообмена с окружающей средой через оба основания. Теплообмен через боковую цилиндрическую поверхность пренебрежимо мал, и его можно не учитывать в расчетах. Температура пластины больше температуры окружающей среды T_0 ($T_0 < T_1^* < T_2^*$). Предполагается, что температура в тонкой кольцевой пластине не меняется по толщине. Внутренних источников тепла в ней не имеется. Тепловое поле в такой полярно-ортотропной кольцевой пластине будет неосесимметричным.

Теплофизические характеристики материала пластины полагаются постоянными и не зависящими от температуры.

Конечно, идеальных точечных источников тепла в природе нет. Все они имеют какую-то протяженность. Частично эта задача рассматривалась нами в работе [1]. Так, в ней было получено распределение температуры $T^{\text{внеш}}$ на внешнем контуре кольцевой пластины, если N источников тепла приложены на равноотстоящих одинаковых дугах длиной l и с центральным углом φ ($l = \varphi R$) каждая:

$$T^{\text{внеш}}(R, \theta, \varphi) = NT_2^* \left(1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\varphi}{n\varphi} \cos Nn\theta \right).$$

Здесь углом φ будет определяться протяженность источника тепла.

Количество N источников тепла не может быть произвольным, а ограничивается температурой плавления $T_{\text{плавл}}$ материала пластины: $N_{\text{max}} = \left[\frac{T_{\text{плавл}}}{T_2^*} \right]$, где квадратные скобки означают целую часть дробного выражения.

В цилиндрической системе координат r, θ, z уравнение стационарной теплопроводности для полярно-ортотропной кольцевой пластины переменной толщины $h(r)$ с учетом теплообмена с внешней средой через оба основания запишется в виде [2]

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(rh(r) \lambda_r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(h(r) \lambda_\theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) - 2H(T(r, \theta) - T_0) \left(1 + \frac{1}{4} \left(\frac{dh}{dr} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} = 0, \quad (1)$$

где $T(r, \theta)$ – функция температуры в анизотропной кольцевой пластине; λ_r и λ_θ – радиальный и тангенциальный коэффициенты теплопроводности соответственно; H – коэффициент теплоотдачи. Эти коэффициенты полагаются постоянными и не зависящими от температуры.

Введем в рассмотрение новую функцию $\Theta(r, \theta)$, которая тоже имеет смысл функции температуры:

$$\Theta(r, \theta) = T(r, \theta) - T_0. \quad (2)$$

С учетом выражения (2) уравнение (1) запишется в виде

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial r^2} + \left(\frac{h'(r)}{h(r)} + \frac{1}{r} \right) \frac{\partial \Theta}{\partial r} + \frac{\lambda_\theta}{\lambda_r} \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \theta^2} - \frac{2H}{\lambda_r h(r)} \left(1 + \frac{1}{4} \left(\frac{dh}{dr} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \Theta(r, \theta) = 0. \quad (3)$$

Разложим функцию $\Theta(r, \theta)$ в тригонометрический ряд Фурье:

$$\Theta(r, \theta) = \Theta_0(r) + \sum_{n=1}^{\infty} \Theta_n^{(1)}(r) \cos Nn\theta + \sum_{n=1}^{\infty} \Theta_n^{(2)}(r) \sin Nn\theta. \quad (4)$$

Первый член $\Theta_0(r)$ разложения (4) учитывает осесимметричную составляющую $\Theta(r, \theta)$. Слагаемые, содержащие $\cos Nn\theta$, соответствуют симметричным составляющим функции $\Theta(r, \theta)$ относительно плоскости $\theta = 0$, а слагаемые, содержащие $\sin Nn\theta$, – обратносимметричным.

Подстановка разложения (4) в уравнение (3) приводит к бесконечной системе однородных обыкновенных дифференциальных уравнений 2-го порядка с переменными коэффициентами:

$$\left\{ \begin{array}{l} (n=0) \quad \frac{d^2 \Theta_0}{dr^2} + \left(\frac{h'(r)}{h(r)} + \frac{1}{r} \right) \frac{d\Theta_0}{dr} - \frac{2H}{\lambda_r h(r)} \left(1 + \frac{1}{4} \left(\frac{dh}{dr} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \Theta_0(r) = 0, \\ (n \geq 1, j = \overline{1, 2}) \quad \frac{d^2 \Theta_n^{(j)}}{dr^2} + \left(\frac{h'(r)}{h(r)} + \frac{1}{r} \right) \frac{d\Theta_n^{(j)}}{dr} - \left(\frac{\lambda_\theta (Nn)^2}{\lambda_r r^2} + \frac{2H}{\lambda_r h(r)} \left(1 + \frac{1}{4} \left(\frac{dh}{dr} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right) \Theta_n^{(j)}(r) = 0. \end{array} \right. \quad (5)$$

Дифференциальное уравнение (5), описывающее осесимметричное распределение температуры в профилированных полярно-ортотропных кольцевых пластинах с учетом теплообмена с внешней средой при несколько иных граничных условиях, исследовалось нами в работе [3].

Получим теперь граничные условия для функции температуры $\Theta(r, \theta)$. Из формулы (2) следует

$$T(r, \theta) = \Theta(r, \theta) + T_0.$$

Подставив в последнее равенство разложение функции $\Theta(r, \theta)$ в тригонометрический ряд Фурье (см. формулу (4)), получим

$$T(r, \theta) = T_0 + \Theta_0(r) + \sum_{n=1}^{\infty} \Theta_n^{(1)}(r) \cos Nn\theta + \sum_{n=1}^{\infty} \Theta_n^{(2)}(r) \sin Nn\theta. \quad (7)$$

Удовлетворим функцию температуры $T(r, \theta)$ граничным условиям

$$\left\{ \begin{array}{l} T(r_0, \theta) = T_0 + \Theta_0(r_0) + \sum_{n=1}^{\infty} \Theta_n^{(1)}(r_0) \cos Nn\theta + \sum_{n=1}^{\infty} \Theta_n^{(2)}(r_0) \sin Nn\theta = \\ = T^{\text{внутр}}(r_0, \theta) = T_1^* + \sum_{n=1}^{\infty} 0 \cdot \cos Nn\theta + \sum_{n=1}^{\infty} 0 \cdot \sin Nn\theta, \\ T(R, \theta) = T_0 + \Theta_0(R) + \sum_{n=1}^{\infty} \Theta_n^{(1)}(R) \cos Nn\theta + \sum_{n=1}^{\infty} \Theta_n^{(2)}(R) \sin Nn\theta = \\ = T^{\text{внеш}}(R, \theta) = NT_2^* + \sum_{n=1}^{\infty} 2NT_2^* \frac{\sin n\varphi}{n\varphi} \cos Nn\theta + \sum_{n=1}^{\infty} 0 \cdot \sin Nn\theta. \end{array} \right.$$

Из сравнения коэффициентов тригонометрических рядов при одинаковых гармониках левых и правых частей приведенных выражений следуют граничные условия

$$(n = 0) \begin{cases} \Theta_0(r_0) = T_1^* - T_0, \\ \Theta_0(R) = NT_2^* - T_0, \end{cases} \quad (8)$$

$$(n \geq 1) \begin{cases} \Theta_n^{(1)}(r_0) = 0, \\ \Theta_n^{(1)}(R, \varphi) = 2NT_2^* \frac{\sin n\varphi}{n\varphi}, \end{cases} \quad (9)$$

$$(n \geq 1) \begin{cases} \Theta_n^{(2)}(r_0) = 0, \\ \Theta_n^{(2)}(R) = 0. \end{cases} \quad (10)$$

При нулевых граничных условиях (10) однородное дифференциальное уравнение (6) имеет тривиальное решение, следовательно, функция $\Theta_n^{(2)}(r)$ равна нулю, т. е. обратносимметричная составляющая в разложении (4) для функции $\Theta(r, \theta)$ отсутствует.

Решение неосесимметричной задачи стационарной теплопроводности методом линейных интегральных уравнений Вольтерры 2-го рода

Для профилированной анизотропной кольцевой пластины общие решения уравнений (5), (6) системы выразим через решения соответствующих им интегральных уравнений Вольтерры 2-го рода:

$$\Theta_0(r) = \int_{r_0}^r (r-s)\eta_0(s)ds + \dot{\Theta}_0(r_0)(r-r_0) + \Theta_0(r_0), \quad (11)$$

$$\Theta_n^{(1)}(r) = \int_{r_0}^r (r-s)\eta_n^{(1)}(s)ds + \dot{\Theta}_n^{(1)}(r_0)(r-r_0) + \Theta_n^{(1)}(r_0). \quad (12)$$

Разрешающие функции $\eta_0(r)$ и $\eta_n^{(1)}(r, \varphi)$ удовлетворяют следующим интегральным уравнениям:

$$\eta_0(r) = \lambda \int_{r_0}^r K_0(r, s)\eta_0(s)ds + f_0(r), \quad \eta_n^{(1)}(r, \varphi) = \lambda \int_{r_0}^r K_n(r, s)\eta_n^{(1)}(s, \varphi)ds + f_n^{(1)}(r), \quad (13)$$

где $\lambda = -1$ есть числовой параметр; $K_0(r, s) = \frac{h'(r)}{h(r)} + \frac{1}{r} - \left(\frac{H}{\lambda_r} \sqrt{\frac{4}{h^2(r)} + \left(\frac{h'(r)}{h(r)} \right)^2} \right) (r-s)$, $K_n(r, s) = \frac{h'(r)}{h(r)} +$

$+\frac{1}{r} - \left(\frac{\lambda_\theta (Nn)^2}{\lambda_r r^2} + \frac{H}{\lambda_r} \sqrt{\frac{4}{h^2(r)} + \left(\frac{h'(r)}{h(r)} \right)^2} \right) (r-s)$ – ядра интегральных уравнений; $f_0(r) = \frac{\partial K_0(r, s)}{\partial s} \times$

$\times \Theta_0(r_0) - K_0(r, r_0)\dot{\Theta}_0(r_0)$, $f_n^{(1)}(r) = \frac{\partial K_n(r, s)}{\partial s} \Theta_n^{(1)}(r_0) - K_n(r, r_0)\dot{\Theta}_n^{(1)}(r_0)$ – свободные члены интегральных уравнений.

Решения интегральных уравнений (13) с помощью резольвент описаны в статье [1]. Удовлетворим решения (11), (12) граничным условиям (8), (9). В результате имеем

$$\Theta_0(r) = \int_{r_0}^r (r-s)\eta_0(s)ds - \frac{r-r_0}{R-r_0} \int_{r_0}^R (R-s)\eta_0(s)ds + T_1^* \frac{R-r}{R-r_0} + NT_2^* \frac{r-r_0}{R-r_0} - T_0, \quad (14)$$

$$\Theta_n^{(1)}(r, \varphi) = \int_{r_0}^r (r-s)\eta_n^{(1)}(s)ds - \frac{r-r_0}{R-r_0} \int_{r_0}^R (R-s)\eta_n^{(1)}(s)ds + 2NT_2^* \frac{r-r_0}{R-r_0} \frac{\sin n\varphi}{n\varphi}. \quad (15)$$

Исходя из решений (14), (15), по формуле (7) получим следующее распределение температуры $T(r, \theta)$ в профилированной полярно-ортотропной кольцевой пластине с учетом теплообмена с внешней средой:

$$T(r, \theta) = \int_{r_0}^r (r-s)\eta_0(s)ds - \frac{r-r_0}{R-r_0} \int_{r_0}^R (R-s)\eta_0(s)ds + T_1^* \frac{R-r}{R-r_0} + NT_2^* \frac{r-r_0}{R-r_0} + \\ + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\int_{r_0}^r (r-s)\eta_n^{(1)}(s)ds - \frac{r-r_0}{R-r_0} \int_{r_0}^R (R-s)\eta_n^{(1)}(s)ds + 2NT_2^* \frac{r-r_0}{R-r_0} \frac{\sin n\varphi}{n\varphi} \right) \cos Nn\theta. \quad (16)$$

Для обратноконической кольцевой пластины, толщина которой меняется по закону $h(r) = h_0 \left(\frac{r}{r_0} \right)$, где h_0 – толщина пластины на внутреннем контуре (при $r = r_0$), система уравнений (5), (6) стационарной задачи теплопроводности имеет точное решение [1]:

$$\Theta_0(r) = \frac{1}{\sqrt{r}} \left(\tilde{C}_1^{(0)} I_1(2\sqrt{b}\sqrt{r}) + \tilde{C}_2^{(0)} K_1(2\sqrt{b}\sqrt{r}) \right), \quad (17)$$

$$\Theta_n^{(1)}(r) = \frac{1}{\sqrt{r}} \left(\tilde{C}_1^{(1)} I_\mu(2\sqrt{b}\sqrt{r}) + \tilde{C}_2^{(1)} K_\mu(2\sqrt{b}\sqrt{r}) \right). \quad (18)$$

Здесь $b = \frac{H\sqrt{h_0^2 + 4r_0^2}}{\lambda_r h_0}$; $\mu = \sqrt{1 + 4N^2 \left(\frac{\lambda_\theta}{\lambda_r} \right) n^2}$; $I_1(2\sqrt{b}\sqrt{r})$ – модифицированная функция Бесселя

1-го рода 1-го порядка; $K_1(2\sqrt{b}\sqrt{r})$ – модифицированная функция Бесселя 2-го рода 1-го порядка (функция Макдональда); $I_\mu(2\sqrt{b}\sqrt{r})$ – модифицированная функция Бесселя 1-го рода μ -го порядка; $K_\mu(2\sqrt{b}\sqrt{r})$ – модифицированная функция Бесселя 2-го рода μ -го порядка (функция Макдональда).

Удовлетворяя решения (17), (18) граничным условиям (8), (9), получим следующие выражения для неизвестных постоянных $\tilde{C}_1^{(0)}$, $\tilde{C}_2^{(0)}$, $\tilde{C}_1^{(1)}$, $\tilde{C}_2^{(1)}$:

$$\tilde{C}_1^{(0)} = T_1^* \frac{\sqrt{r_0}}{\Delta_2} K_1(2\sqrt{b}\sqrt{R}) - NT_2^* \frac{\sqrt{R}}{\Delta_2} K_1(2\sqrt{b}\sqrt{r_0}) - T_0 \left(\frac{\sqrt{r_0}}{\Delta_2} K_1(2\sqrt{b}\sqrt{R}) - \frac{\sqrt{R}}{\Delta_2} K_1(2\sqrt{b}\sqrt{r_0}) \right),$$

$$\tilde{C}_2^{(0)} = -T_1^* \frac{\sqrt{r_0}}{\Delta_2} I_1(2\sqrt{b}\sqrt{R}) + NT_2^* \frac{\sqrt{R}}{\Delta_2} I_1(2\sqrt{b}\sqrt{r_0}) + T_0 \left(\frac{\sqrt{r_0}}{\Delta_2} I_1(2\sqrt{b}\sqrt{R}) - \frac{\sqrt{R}}{\Delta_2} I_1(2\sqrt{b}\sqrt{r_0}) \right),$$

$$\tilde{C}_1^{(1)} = -2NT_2^* \frac{\sqrt{R}}{\Delta_\mu} K_\mu(2\sqrt{b}\sqrt{r_0}) \frac{\sin n\varphi}{n\varphi}, \quad \tilde{C}_2^{(1)} = 2NT_2^* \frac{\sqrt{R}}{\Delta_\mu} I_\mu(2\sqrt{b}\sqrt{r_0}) \frac{\sin n\varphi}{n\varphi},$$

где Δ_2, Δ_μ – определители 2-го порядка:

$$\Delta_2 = I_1(2\sqrt{b}\sqrt{r_0}) K_1(2\sqrt{b}\sqrt{R}) - I_1(2\sqrt{b}\sqrt{R}) K_1(2\sqrt{b}\sqrt{r_0}),$$

$$\Delta_\mu = I_\mu(2\sqrt{b}\sqrt{r_0}) K_\mu(2\sqrt{b}\sqrt{R}) - I_\mu(2\sqrt{b}\sqrt{R}) K_\mu(2\sqrt{b}\sqrt{r_0}).$$

Подставляя выражения для постоянных $\tilde{C}_1^{(0)}$, $\tilde{C}_2^{(0)}$, $\tilde{C}_1^{(1)}$, $\tilde{C}_2^{(1)}$ в решения (17), (18) и затем их в формулу (7), получим распределение температуры $T(r, \theta)$ в обратноконической полярно-ортотропной кольцевой пластине с учетом теплообмена с внешней средой:

$$\begin{aligned}
 T(r, \theta) = & T_1^* \left(\frac{1}{\Delta_2} \sqrt{\frac{r_0}{r}} \left(I_1(2\sqrt{b}\sqrt{r}) K_1(2\sqrt{b}\sqrt{R}) - I_1(2\sqrt{b}\sqrt{R}) K_1(2\sqrt{b}\sqrt{r}) \right) \right) + \\
 & + NT_2^* \left(\frac{1}{\Delta_2} \sqrt{\frac{R}{r}} \left(I_1(2\sqrt{b}\sqrt{r_0}) K_1(2\sqrt{b}\sqrt{r}) - I_1(2\sqrt{b}\sqrt{r}) K_1(2\sqrt{b}\sqrt{r_0}) \right) \right) + \\
 & + T_0 \left(1 + \frac{1}{\Delta_2} \left(\sqrt{\frac{R}{r}} K_1(2\sqrt{b}\sqrt{r_0}) - \sqrt{\frac{r_0}{r}} K_1(2\sqrt{b}\sqrt{R}) \right) I_1(2\sqrt{b}\sqrt{r}) + \right. \\
 & \left. + \frac{1}{\Delta_2} \left(\sqrt{\frac{r_0}{r}} I_1(2\sqrt{b}\sqrt{R}) - \sqrt{\frac{R}{r}} I_1(2\sqrt{b}\sqrt{r_0}) \right) K_1(2\sqrt{b}\sqrt{r}) \right) - \\
 & - 2NT_2^* \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\Delta_{\mu}} \sqrt{\frac{R}{r}} \left(I_{\mu}(2\sqrt{b}\sqrt{r}) K_{\mu}(2\sqrt{b}\sqrt{r_0}) - I_{\mu}(2\sqrt{b}\sqrt{r_0}) K_{\mu}(2\sqrt{b}\sqrt{r}) \right) \frac{\sin n\varphi}{n\varphi} \cos Nn\theta. \quad (19)
 \end{aligned}$$

Совершая предельный переход $\varphi \rightarrow 0 \left(\lim_{\varphi \rightarrow 0} \frac{\sin n\varphi}{n\varphi} = 1 \right)$ в формулах (16), (19), получим неосесимметричное распределение температуры в анизотропных кольцевых пластинах переменной толщины от N точечных источников тепла на ее внешней границе [1].

Заключение

Заметим, что в профилированных анизотропных кольцевых пластинах распределение температуры от N протяженных источников тепла на внешней границе имеет более сложный характер, чем распределение температуры от N точечных источников тепла на внешнем контуре. Поскольку формулы (16) и (19) содержат ряды, в которые входит тригонометрическая функция $\sin n\varphi$, то эти ряды будут знакопеременными. Более того, ввиду быстрого стремления к нулю осциллирующей функции $\frac{\sin n\varphi}{n\varphi}$ с увеличением n , в формулах (16), (19) при практических расчетах можно ограничиться только несколькими первыми членами рядов.

Библиографические ссылки

1. Королевич ВВ. Решение неосесимметричной стационарной задачи теплопроводности для полярно-ортотропной кольцевой пластины переменной толщины с учетом теплообмена с внешней средой. *Журнал Белорусского государственного университета. Математика. Информатика.* 2020;1:47–58. DOI: 10.33581/2520-6508-2020-1-47-58.
2. Уздалев АИ, Брюханова ЕН. Уравнение теплопроводности для пластин переменной толщины с неоднородными теплофизическими свойствами. В: Уздалев АИ, редактор. *Задачи прикладной теории упругости.* Саратов: Саратовский политехнический институт; 1985. с. 3–7.
3. Королевич ВВ. Стационарные температурные поля в анизотропных пластинах переменной толщины с учетом теплообмена с внешней средой. *Журнал Белорусского государственного университета. Математика. Информатика.* 2018;2:58–66.

References

1. Karalevich UV. Solution of nonaxisymmetric stationary problem of heat conductivity for polar-orthotropic ring plate of variable thickness with account of heat transfer with external environment. *Journal of the Belarusian State University. Mathematics and Informatics.* 2020;1:47–58. Russian. DOI: 10.33581/2520-6508-2020-1-47-58.
2. Uzdalev AI, Bryukhanova EN. [Equations of thermal conductivity for plates of variable thickness with inhomogeneous thermo-physical properties]. In: Uzdalev AI, editor. *Zadachi prikladnoi teorii uprugosti* [Problems of applied theory of elasticity]. Saratov: Saratovskii politekhnicheskii institut; 1985. p. 3–7. Russian.
3. Karalevich UV. Stationary temperature fields in the anisotropic ring plates of variable thickness considering the heat exchange with external environment. *Journal of the Belarusian State University. Mathematics and Informatics.* 2018;2:58–66. Russian.

Статья поступила в редакцию 05.11.2020.
Received by editorial board 05.11.2020.