

УДК 515.12

## О ВЛОЖЕНИИ $\Omega$ -НАСЫЩЕНИЯ ТОПОЛОГИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА

А. С. БЕДРИЦКИЙ<sup>1)</sup>, В. Л. ТИМОХОВИЧ<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>Белорусский государственный университет, пр. Независимости, 4, 220030, г. Минск, Беларусь

Счетнокомпактификацией топологического пространства  $X$  называется такое расширение  $Y$  пространства  $X$ , что  $Y$  вполне регулярно и счетно-компактно и любое замкнутое счетно-компактное подмножество пространства  $X$  замкнуто и в  $Y$ . Однако подобное расширение не всегда существует. В связи с этим появилось понятие насыщения топологического пространства, которое является некоторым обобщением понятия счетнокомпактификации: вместо условия счетнокомпактности  $Y$  требуется, чтобы любое бесконечное подмножество в  $X$  имело предельную точку в  $Y$ , второе условие остается неизменным. Такое расширение уже определено для любого  $T_1$ -пространства. В работе рассмотрена конкретная конструкция насыщения, названная  $\Omega$ -насыщением. Доказано, что при некотором дополнительном условии (необходимом и достаточном) на отделимость исходного пространства  $X$  его  $\Omega$ -насыщение канонически вкладывается в стоун-чеховское расширение  $\beta X$ . Аналогичный результат для счетнокомпактификации получен К. Моритой.

**Ключевые слова:** насыщение топологического пространства; счетнокомпактификация в смысле Мориты;  $\Omega$ -насыщение; компактификация Волмэна;  $\Delta$ -база; компактификация Стоуна – Чеха.

---

### Образец цитирования:

Бедрицкий АС, Тимохович ВЛ. О вложении  $\Omega$ -насыщения топологического пространства. *Журнал Белорусского государственного университета. Математика. Информатика.* 2022;1:21–25.  
<https://doi.org/10.33581/2520-6508-2022-1-21-25>

### For citation:

Biadrytski AS, Timokhovich VL. On the embedding of the  $\Omega$ -saturation of a topological space. *Journal of the Belarusian State University. Mathematics and Informatics.* 2022;1:21–25. Russian.  
<https://doi.org/10.33581/2520-6508-2022-1-21-25>

---

### Авторы:

**Александр Сергеевич Бедрицкий** – магистрант кафедры геометрии, топологии и методики преподавания математики механико-математического факультета. Научный руководитель – В. Л. Тимохович.

**Владимир Леонидович Тимохович** – кандидат физико-математических наук, доцент; доцент кафедры геометрии, топологии и методики преподавания математики механико-математического факультета.

### Authors:

**Aliaksandr S. Biadrytski**, master's degree student at the department of geometry, topology and mathematics teaching methodology, faculty of mechanics and mathematics.  
[abedr@vk.com](mailto:abedr@vk.com)

**Vladimir L. Timokhovich**, PhD (physics and mathematics), doцент; associate professor at the department of geometry, topology and mathematics teaching methodology, faculty of mechanics and mathematics.  
[timvlaleo@gmail.com](mailto:timvlaleo@gmail.com)

## ON THE EMBEDDING OF THE $\Omega$ -SATURATION OF A TOPOLOGICAL SPACE

A. S. BIADRYTSKI<sup>a</sup>, V. L. TIMOKHOVICH<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Belarusian State University, 4 Niezaliežnasci Avenue, Minsk 220030, Belarus

Corresponding author: A. S. Biadrytski (abedr@vk.com)

The countably-compactification of a topological space  $X$  is such its extension  $Y$ , that  $Y$  is a completely regular and countably-compact space, and any closed countably-compact subset of  $X$  is closed in  $Y$ . But this extension does not always exist. Due to this, the concept of a saturation of a topological space appeared, which is a generalisation of the countably-compactification: instead of the condition of the countably-compactness of  $Y$ , it is necessary that any infinite subset of  $X$  has a limit point in  $Y$ . Meanwhile, the second condition remains unchanged. Such an extension is already defined for any  $T_1$ -space. In this paper we consider a specific construction of saturation named as  $\Omega$ -saturation. It is proved that under some additional (necessary and sufficient) condition to the separation of the initial space  $X$ , its  $\Omega$ -saturation is canonically embedded in the Stone – Čech compactification  $\beta X$ . An analogous result is obtained for the countably-compactification by K. Morita.

**Keywords:** saturation of a topological space; countably-compactification in the sense of Morita;  $\Omega$ -saturation of a topological space; Wallman compactification;  $\Delta$ -base; Stone – Čech compactification.

### Введение

Понятие перистого паракомпакта появилось в работе А. В. Архангельского [1], там же дана его внешняя характеристика. Чуть позже в статье Д. Нагаты [2] было показано, что перистые паракомпакты (и только они) представляются как замкнутые подпространства произведений метризуемых пространств на компакты. Параллельно теории перистых паракомпактов развивалась теория  $M$ -пространств [3; 4]. Ввиду схожести внешних характеристик перистых паракомпактов и  $M$ -пространств естественно возник вопрос о представлении последних в виде замкнутых подпространств произведений вполне регулярных счетно-компактных пространств на метризуемые пространства. К. Моритой в работе [5] было доказано, что данное представление  $M$ -пространства  $X$  равносильно его счетнокомпактифицируемости, т. е. существованию такого вполне регулярного счетно-компактного расширения  $Y$ , что любое замкнутое счетно-компактное подмножество в  $X$  замкнуто и в  $Y$ . В этой же работе доказано, что если счетнокомпактификация  $Y$  пространства  $X$  существует, то она канонически вкладывается в стоун-чеховское расширение  $\beta X$ . Но, как оказалось, даже не все нормальные локально компактные  $M$ -пространства имеют счетнокомпактификацию [6]. В связи с этим возникают две задачи:

1) нахождения необходимых и достаточных условий счетнокомпактифицируемости (не обязательно  $M$ -пространства);

2) нахождения некоторой конструкции расширения, близкой по свойствам к счетнокомпактификации, но существующей по крайней мере для достаточно широкого класса пространств.

В плане решения второй задачи в публикации [7] появилось понятие насыщения топологического пространства. В работе [8] были определены и исследованы конструкции  $\omega$ - и  $\Omega$ -насыщений.

В настоящей статье рассмотрена конструкция  $\Omega$ -насыщения, обозначенная  $Y_\gamma$ , и показано, что при некотором дополнительном условии (необходимом и достаточном) на отделимость исходного пространства  $X$  это расширение канонически вкладывается в стоун-чеховское расширение  $\beta X$ . Данный результат аналогичен вышеупомянутому свойству счетнокомпактификации, установленному К. Моритой.

Под пространством, если не оговорено иное, будем понимать произвольное топологическое  $T_1$ -пространство. Пусть  $X$  – пространство,  $A \subset X$ . Тогда  $[A]_X$  – замыкание множества  $A$  в  $X$ ;  $A \subset X$  ( $A \subset X$ ), если множество  $A$  открыто (замкнуто) в  $X$ ;  $C(X, I)$  – множество всех непрерывных функций из  $X$  в  $I$ , где  $I = [0; 1]$ .

Множество  $A$  называется дискретом в  $X$ , если  $A$  счетно, дискретно как подпространство и замкнуто в  $X$ . Через  $\Delta$  будем обозначать семейство всех дискретов пространства  $X$ .

Дальнейшие построения и рассуждения существенно используют конструкцию и свойства волмэновского компактного расширения  $\omega X$ , поэтому напомним основные положения, связанные с этим расширением. Нарост  $\omega X \setminus X$  волмэновского расширения  $\omega X$  составляют замкнутые (т. е. состоящие из

замкнутых в  $X$  множеств) свободные (т. е. имеющие пустое пересечение) ультрафильтры. Базу топологии  $\omega X$  образуют множества вида  $W(U) = U \cup \{\xi \in \omega X \setminus X \mid U \supset F \text{ для некоторого } F \in \xi\}$ , где  $U \subset X$  [9, с. 272]. Отметим также, что  $W(U)$  является максимальным открытым раздутием множества  $U$  в  $\omega X$ , т. е.  $W(U) = \bigcup_{op} \left\{ G \subset \omega X \mid G \cap X = U \right\}$ . Если  $F \subset_{cl} X$  и  $F \subset U \subset_{op} X$ , то  $[F]_{\omega X} = F \cup \{\xi \in \omega X \setminus X \mid F \in \xi\}$  и  $[F]_{\omega X} \subset W(U)$ . Также верно следующее:  $W(U_1 \cup \dots \cup U_n) = W(U_1) \cup \dots \cup W(U_n)$ ,  $[F_1 \cap \dots \cap F_n]_{\omega X} = [F_1]_{\omega X} \cap \dots \cap [F_n]_{\omega X}$ , где  $U_i \subset_{op} X$ ,  $F_i \subset_{cl} X$ ,  $1 \leq i \leq n$  (подробнее см. [9, с. 272]).

### Предварительные рассуждения

Пусть  $X$  и  $Y$  – пространства и  $X$  – подпространство в  $Y$ .

**Определение 1** [10]. Говорят, что пространство  $X$  относительно счетно-компактно в  $Y$ , если любое бесконечное множество  $A \subset X$  имеет в  $Y$  предельную точку.

**Определение 2** [7]. Пространство  $Y$  называют насыщением пространства  $X$ , если  $X$  всюду плотно в  $Y$  (т. е.  $Y$  – расширение для пространства  $X$ ),  $X$  относительно счетно-компактно в  $Y$  и любое счетно-компактное замкнутое в  $X$  множество замкнуто и в  $Y$ .

Следуя [8], подсемейство  $\gamma \subset \Delta$  назовем  $\Delta$ -базой в  $X$ , если для любого  $A \in \Delta$  найдется  $B \in \gamma$  такое, что  $B \subset A$ . Для  $U \subset X$  максимальное открытое раздутие множества  $U$  в пространстве  $Y$  обозначим через  $\hat{U}$ ,

$$\text{т. е. } \hat{U} = \bigcup_{op} \left\{ G \subset Y \mid G \cap X = U \right\}.$$

**Определение 3** [8]. Пусть  $X$  всюду плотно в  $Y$  и  $\gamma$  –  $\Delta$ -база в  $X$ . Пространство  $Y$  называется  $\omega$ -насыщением пространства  $X$ , а  $\Delta$ -база  $\gamma$  –  $\omega$ -допустимой при выполнении следующих условий:

1) для любой точки  $y \in Y \setminus X$  найдется дискрет  $A \in \gamma$  такой, что  $y \in [A]_Y$ , и обратно, для любого  $A \in \gamma$   $[A]_Y \cap (Y \setminus X) \neq \emptyset$ ;

2) если  $A \in \gamma$ ,  $B \subset A$  и  $B \subset U \subset_{op} X$ , то  $[B]_Y \subset \hat{U}$ ;

3) множества вида  $\hat{U}$ , где  $U \subset_{op} X$ , образуют базу топологии пространства  $Y$ .

Если при этом для любого  $A \in \gamma$  множество  $[A]_Y$  компактно, то  $Y$  называется  $\Omega$ -насыщением для  $X$ , а  $\Delta$ -база  $\gamma$  –  $\Omega$ -допустимой.

В работе [8] показано, что определенное таким образом  $\omega$ -насыщение действительно является насыщением для пространства  $X$ . Там же определена и исследована следующая конкретная конструкция  $\Omega$ -насыщения.

Фиксируем некоторую  $\Delta$ -базу  $\gamma$  и положим

$$Y_\gamma = X \cup \{\xi \in \omega X \setminus X \mid \xi \cap \gamma \neq \emptyset\}.$$

**Теорема 1** [8]. Пространство  $Y_\gamma$  – насыщение пространства  $X$ , причем выполняются следующие условия:

1) множества вида  $\hat{U}$ , где  $U \subset X$ , образуют базу топологии пространства  $Y_\gamma$ ;

2) если  $A \in \gamma$ , то  $[A]_{Y_\gamma} = [A]_{\omega X}$  и  $[A]_{Y_\gamma}$  компактно;

3) если  $X$  регулярно, то пространство  $Y_\gamma$  хаусдорфово;

4) если  $F \subset_{cl} X$  и  $F \subset U \subset_{op} X$ , то  $[F]_{Y_\gamma} \subset \hat{U}$ ;

5) если  $U = U_1 \cup \dots \cup U_n$ , то  $\hat{U} = \hat{U}_1 \cup \dots \cup \hat{U}_n$ , если  $F = F_1 \cap \dots \cap F_n$ , то  $[F]_{Y_\gamma} = [F_1]_{Y_\gamma} \cap \dots \cap [F_n]_{Y_\gamma}$ , где  $U_i \subset_{op} X$ ,  $F_i \subset_{cl} X$ ,  $1 \leq i \leq n$ .

Очевидно, что  $Y_\gamma$  –  $\Omega$ -насыщение для пространства  $X$ , а  $\Delta$ -база  $\gamma$  является  $\Omega$ -допустимой. Отметим также, что свойства, описанные в п. 1 и 5, есть прямые следствия соотношений  $\hat{U} = W(U) \cap Y_\gamma$  и  $[F]_{Y_\gamma} = [F]_{\omega X} \cap Y_\gamma$ .

Об отделимости пространства  $Y_\gamma$ , помимо п. 3, известно следующее.

**Определение 4** [11]. Пространство  $X$  называется  $\delta$ -хаусдорфовым, если оно хаусдорфово и из любого множества  $A \in \Delta$  можно выделить бесконечное подмножество  $B \subset A$ , допускающее раздутие до дискретного семейства  $\{U_b \mid b \in B\}$ , где  $b \in U_b \subset_{op} X$ ,  $b \in B$  (семейство множеств в  $X$  называют дискретным, если для любой точки из  $X$  найдется окрестность, пересекающаяся не более чем с одним множеством данного семейства).

Следуя [8], множество всех дискретов, допускающих раздутие до дискретного семейства окрестностей своих точек, обозначим через  $\delta$ , а  $\Delta$ -базу  $\gamma$  назовем  $\delta$ -базой, если  $\gamma \subset \delta$ .

**Предложение 1** [8] (см. также [12, лемма 2, теорема 5]). Если насыщение  $Y_\gamma$  регулярно для некоторой  $\Delta$ -базы  $\gamma$ , то пространство  $X$   $\delta$ -хаусдорфово и  $\gamma \subset \delta$ , и обратно, если  $X$  регулярно и  $\delta$ -хаусдорфово, то  $Y_\gamma$  регулярно для любой  $\delta$ -базы  $\gamma$ .

**Предложение 2** [8]. Пусть  $X$  вполне регулярно и  $\delta$ -хаусдорфово. Тогда и  $Y_\gamma$  вполне регулярно для любой  $\delta$ -базы  $\gamma$ .

Следующая теорема показывает, что рассмотренная выше конструкция насыщения  $Y_\gamma$  является универсальным пространством для всех  $\omega$ -насыщений с  $\omega$ -допустимой  $\Delta$ -базой  $\gamma$ .

**Теорема 2** [8]. Для любого  $\omega$ -насыщения  $Y$  пространства  $X$  с  $\omega$ -допустимой  $\Delta$ -базой  $\gamma$  существует каноническое (т. е. тождественное на  $X$ ) вложение пространства  $Y$  в  $Y_\gamma$ , причем если  $Y$  –  $\Omega$ -насыщение, а  $\gamma$   $\Omega$ -допустима, то  $Y$  и  $Y_\gamma$  канонически гомеоморфны.

### Вложение $Y_\gamma$ в $\beta X$

На основании предложений 1 и 2 можем заключить, что условие  $\delta$ -хаусдорфовости вполне регулярного пространства  $X$  является необходимым для вложения  $Y_\gamma$  в  $\beta X$ . Действительно, если существует вложение  $Y_\gamma$  в  $\beta X$ , то  $Y_\gamma$  вполне регулярно, а тогда согласно предложению 1 пространство  $X$   $\delta$ -хаусдорфово. Покажем, что это условие является и достаточным.

Перед формулировкой следующей теоремы напомним, что если отображение  $f: X \rightarrow Y$  непрерывно, а  $Y$  вполне регулярно, то  $f$  единственным образом непрерывно продолжается до отображения  $\varphi: \omega X \rightarrow \beta Y$  [9, с. 272].

**Теорема 3.** Пусть  $X$  – вполне регулярное  $\delta$ -хаусдорфово пространство,  $\varphi: \omega X \rightarrow \beta X$  – непрерывное продолжение тождественного отображения  $\text{Id}_X$  пространства  $X$  на себя,  $\gamma$  –  $\delta$ -база в  $X$ . Тогда сужение  $\varphi|_{Y_\gamma}: Y_\gamma \rightarrow \varphi(Y_\gamma)$  – гомеоморфизм.

Для доказательства нам понадобится следующая лемма.

**Лемма.** Пусть  $f: X \rightarrow Y$  – замкнутое отображение (т. е.  $f(F) \subset_{cl} Y$  для любого  $F \subset X$ ),  $B \subset Y$ ,  $A = f^{-1}(B)$ . Тогда сужение  $f|_A: A \rightarrow B$  – также замкнутое отображение.

**Доказательство.** Пусть  $C \subset_{cl} A$ , т. е. существует множество  $F \subset X$  такое, что  $C = F \cap A$ . Утверждение будет доказано, если покажем, что  $f(C) \subset_{cl} B$ . Исходя из общих свойств отображений, имеем

$$f(C) = f(A \cap F) \subset f(A) \cap f(F) = f(f^{-1}(B)) \cap f(F) \subset B \cap f(F).$$

Обратно, пусть  $y \in f(F) \cap B$ . Тогда  $f^{-1}(y) \subset A$  и  $y = f(x)$ , где  $x \in F$ . Очевидно, что  $x \in f^{-1}(y) \cap F \subset A \cap F$ , откуда  $y \in f(A \cap F) = f(C)$ . Таким образом,  $f(C) = f(F) \cap B$ . По условию  $f(F) \subset_{cl} Y$ , а значит,  $f(C) = f(F) \cap B \subset_{cl} B$ . Лемма доказана.

**Доказательство теоремы 3.** Легко видеть, что отображение  $\varphi$  замкнуто. В самом деле, любое замкнутое в  $\omega X$  множество компактно, следовательно, его непрерывный образ является компактом в  $\beta X$ ,

а значит, и замкнутым множеством. Пространство  $Y_\gamma$  представим в виде  $Y_\gamma = X \cup \left( \bigcup_{A \in \gamma} [A]_{\omega X} \right)$ . Поскольку

$$\varphi([A]_{\omega X}) = [\varphi(A)]_{\beta X} = [A]_{\beta X} \text{ для любого } A \in \gamma, \text{ то } \varphi(Y_\gamma) = X \cup \left( \bigcup_{A \in \gamma} [A]_{\beta X} \right).$$

Докажем далее, что сужение  $\varphi$  на множестве  $\varphi^{-1}(\varphi(Y_\gamma))$  инъективно. Пусть  $x \in X$ ,  $\xi \in \omega X \setminus X$ . Покажем, что  $\varphi(x) = x \neq \varphi(\xi)$ . Выберем  $F \in \xi$  такое, что  $x \notin F$ . Так как  $\xi \in [F]_{\omega X}$ , то  $\varphi(\xi) \in \varphi([F]_{\omega X}) = [\varphi(F)]_{\beta X} = [F]_{\beta X}$ , следовательно,  $\varphi(\xi) \in [F]_{\beta X}$ . Но при замыкании  $F$  в  $\beta X$  будут добавляться только точки нароста, значит,  $x \notin [F]_{\beta X}$ . Таким образом,  $\varphi(\xi) \neq x$ .

Пусть теперь  $\xi_1 \in Y_\gamma \setminus X$ ,  $\xi_2 \in \omega X \setminus X$  и  $\xi_1 \neq \xi_2$ . Тогда найдутся  $F_1 \in \xi_1$ ,  $F_2 \in \xi_2$  такие, что  $F_1 \cap F_2 = \emptyset$ . Выберем дискрет  $A \in \gamma \cap \xi_1$  и положим  $A_1 = A \cap F_1$ . Отметим, что  $A_1 \in \xi_1$  и  $F_2 \cap A_1 = \emptyset$ . Так как  $A$  – элемент  $\delta$ -базы  $\gamma$ , то  $A$  можно раздуть до дискретного семейства окрестностей  $\{U_a | a \in A\}$ , где  $a \in U_a \subset_{op} X$ ,  $a \in A$ . Рассмотрим далее подсемейство  $\{U_a | a \in A_1\}$ . Затем для каждой точки  $a \in A_1$  определим окрестность  $O_a = U_a \cap (X \setminus F_2)$ . Так как  $X$  вполне регулярно, то найдутся функции  $f_a \in C(X, I)$  такие, что

$f_a(x) = 1$ , если  $x = a$ , и  $f_a(x) = 0$ , если  $x \in X \setminus O_a$ . Рассмотрим новую функцию  $f(x) = \sum_{a \in A_1} f_a(x)$ . Покажем, что  $f \in C(X, I)$ . Пусть  $x \in X$ . В силу того, что семейство  $D = \{O_a \mid a \in A_1\}$  дискретное, существует окрестность  $U$  точки  $x$  такая, что  $U$  пересекается не более чем с одним множеством семейства  $D$ . В том случае, когда  $U$  вовсе не пересекается ни с одним элементом из  $D$ , непрерывность очевидна, так как  $f|_U \equiv 0$ . Если же  $U$  пересекается с некоторой окрестностью  $O_a$ ,  $a \in A_1$ , то  $f|_U \equiv f_a|_U$ , и непрерывность  $f$  в точке  $x$  будет следовать из непрерывности  $f_a$ . В силу произвольности выбора точки  $x$  можем считать, что  $f \in C(X, I)$ . Как известно, любая непрерывная ограниченная функция на  $X$  может быть непрерывно продолжена на  $\beta X$  единственным образом [9, с. 266]. Пусть  $\tilde{f}: \beta X \rightarrow I$  – непрерывное продолжение функции  $f$ . Обозначим  $y_i = \varphi(\xi_i)$ . Имеем  $\tilde{f}(y_1) \in \tilde{f}([A_1]_{\beta X}) = [f(A_1)]_I = \{1\}$  и  $\tilde{f}(y_2) \in \tilde{f}([F_2]_{\beta X}) = [f(F_2)]_I = \{0\}$ , откуда следует, что  $\varphi(\xi_1) \neq \varphi(\xi_2)$ .

Итак, доказано, что  $\varphi^{-1}(\varphi(Y_\gamma)) = Y_\gamma$  и  $\varphi|_{Y_\gamma}: Y_\gamma \rightarrow \varphi(Y_\gamma)$  – биекция. Согласно приведенной выше лемме отображение замкнуто, и, таким образом, оно является гомеоморфизмом. Теорема доказана.

### Библиографические ссылки

1. Архангельский АВ. Об одном классе пространств, содержащем все метрические и все локально бикомпактные пространства. *Математический сборник*. 1965;67(1):55–88.
2. Nagata J. A note on  $M$ -space and topologically complete space. *Proceedings of the Japan Academy*. 1969;45(7):541–543. DOI: 10.3792/pja/1195520664.
3. Morita K. Products of normal spaces with metric spaces. *Mathematische Annalen*. 1964;154(4):365–382. DOI: 10.1007/BF01362570.
4. Morita K. A survey of the theory of  $M$ -spaces. *General Topology and its Applications*. 1971;1(1):49–55. DOI: 10.1016/0016-660X(71)90110-3.
5. Morita K. Countably-compactifiable spaces. *Science Reports of the Tokyo Kyoiku Daigaku. Section A*. 1973;12(313/328):7–15.
6. Burke DK, van Douwen EK. On countably compact extensions of normal locally compact  $M$ -spaces. In: Reed GM, editor. *Set-theoretic topology*. New York: Academic Press; 1977. p. 81–89. DOI: 10.1016/B978-0-12-584950-0.50012-2.
7. Голдовт ИЮ, Тимохович ВЛ. Насыщения топологических пространств и проблема Мориты. *Доклады Академии наук СССР*. 1977;21(9):777–780.
8. Кукрак ГО, Тимохович ВЛ. О счетнокомпактифицируемости в смысле Мориты. *Журнал Белорусского государственного университета. Математика. Информатика*. 2021;1:46–53. DOI: 10.33581/2520-6508-2021-1-46-53.
9. Энгелькинг Р. *Общая топология*. Антоновский МЯ, Архангельский АВ, переводчики. Москва: Мир; 1986. 752 с.
10. Архангельский АВ. Компактность. *Итоги науки и техники. Серия: Современные проблемы математики. Фундаментальные направления*. 1989;50:5–128.
11. Кукрак ГО, Тимохович ВЛ. О пределе обратного спектра экспоненциальных пространств. *Вестник БГУ. Серия 1. Физика. Математика. Информатика*. 2001;1:51–55.
12. Фролова ДС. О секвенциально собственных топологиях пространства отображений. *Труды Института математики*. 2013;21(1):102–108.

### References

1. Arkhangel'skii AV. [One class of spaces containing all metric and all locally compact spaces]. *Matematicheskii sbornik*. 1965; 67(1):55–88. Russian.
2. Nagata J. A note on  $M$ -space and topologically complete space. *Proceedings of the Japan Academy*. 1969;45(7):541–543. DOI: 10.3792/pja/1195520664.
3. Morita K. Products of normal spaces with metric spaces. *Mathematische Annalen*. 1964;154(4):365–382. DOI: 10.1007/BF01362570.
4. Morita K. A survey of the theory of  $M$ -spaces. *General Topology and its Applications*. 1971;1(1):49–55. DOI: 10.1016/0016-660X(71)90110-3.
5. Morita K. Countably-compactifiable spaces. *Science Reports of the Tokyo Kyoiku Daigaku. Section A*. 1973;12(313/328):7–15.
6. Burke DK, van Douwen EK. On countably compact extensions of normal locally compact  $M$ -spaces. In: Reed GM, editor. *Set-theoretic topology*. New York: Academic Press; 1977. p. 81–89. DOI: 10.1016/B978-0-12-584950-0.50012-2.
7. Goldovt IYu, Timokhovich VL. [Saturation of topological spaces and the Morita problem]. *Doklady Akademii nauk BSSR*. 1977;21(9):777–780. Russian.
8. Kukrak HO, Timokhovich VL. On the countably-compactifiability in the sense of Morita. *Journal of the Belarusian State University. Mathematics and Informatics*. 2021;1:46–53. Russian. DOI: 10.33581/2520-6508-2021-1-46-53.
9. Engelking R. *General topology*. Warszawa: Polish Scientific Publishers; 1977. 626 p. (Monografie matematyczne; tom 60). Russian edition: Engelking R. *Obshchaya topologiya*. Antonovskii MYa, Arkhangel'skii AV, translators. Moscow: Mir; 1986. 752 p.
10. Arkhangel'skii AV. [Compactness]. *Itogi nauki i tekhniki. Seriya: Sovremennye problemy matematiki. Fundamental'nye napravleniya*. 1989;50:5–128. Russian.
11. Kukrak HO, Timokhovich VL. [On the limit of the inverse spectrum of exponential spaces]. *Vestnik BGU. Seriya 1. Fizika. Matematika. Informatica*. 2001;1:51–55. Russian.
12. Frolova DS. On the family of sequentially proper topologies on the space of maps. *Trudy Instituta matematiki*. 2013;21(1): 102–108. Russian.