



КОМПЬЮТЕРНАЯ НАГЛЯДНОСТЬ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Д. А. ДЕНИСОВЕЦ¹⁾, В. В. КАЗАЧЕНОК²⁾

¹⁾Могилёвский государственный университет им. А. А. Кулешова,
ул. Космонавтов, 1, 212022, г. Могилёв, Беларусь

²⁾Белорусский государственный университет,
пр. Независимости, 4, 220030, г. Минск, Беларусь

Раскрывается сущность компьютерной наглядности как активной формы деятельности студента в процессе обучения математике с учетом психофизиологических возможностей человека. Показывается, что осознанное усвоение математических методов и понимание формул невозможны при опоре только на логический компонент мышления. Анализируется понимающее усвоение математического материала при наглядно-модельном обучении на основе принципа моделирования, рассматриваемого в качестве высшей ступени принципа наглядности. Выделяются три уровня когнитивной визуализации на экране монитора, используемой для сжатия и преобразования учебной информации: визуализация данных; визуализация информации; визуализация знаний. Приводятся результаты экспериментального исследования эффективности компьютерной наглядности.

Ключевые слова: компьютерная наглядность; когнитивная визуализация; обучение математике; информационные технологии.

COMPUTER VISIBILITY IN LEARNING MATHEMATICS

D. A. DENISOVETS^a, V. V. KAZACHENOK^b

^aMogilev State A. Kuleshov University, 1 Kasmanaŭtaŭ Street, Mahilioŭ 212022, Belarus

^bBelarusian State University, 4 Niezaliežnasci Avenue, Minsk 220030, Belarus

Corresponding author: V. V. Kazachenok (kazachenok@bsu.by)

The essence of computer visualisation as an active form of student activity in the process of teaching mathematics is revealed, taking into account the psychophysiological capabilities of a person. It is shown that the conscious assimilation of mathematical methods and understanding of formulas is impossible when relying only on the logical component of thinking. The article analyses the understanding assimilation of mathematical material with visual-model teaching based on the principle of modelling, considered as the highest level of the principle of visibility. The levels of cognitive visualisation on the monitor screen, used to compress and transform educational information, are highlighted: data visualisation; visualisation of information; visualisation of knowledge. The results of an experimental study of the effectiveness of computer visualisation are presented.

Keywords: computer visualisation; cognitive visualisation; teaching mathematics; information technology.

Образец цитирования:

Денисовец ДА, Казаченок ВВ. Компьютерная наглядность при обучении математике. *Университетский педагогический журнал*. 2021;2:30–39.

For citation:

Denisovets DA, Kazachenok VV. Computer visibility in learning mathematics. *University Pedagogical Journal*. 2021;2:30–39. Russian.

Авторы:

Денис Алексеевич Денисовец – старший преподаватель кафедры методики преподавания математики факультета математики и естествознания.

Виктор Владимирович Казаченок – доктор педагогических наук, профессор; заведующий кафедрой компьютерных технологий и систем факультета прикладной математики и информатики.

Authors:

Denis A. Denisovets, senior lecturer at the department of methods of teaching mathematics, faculty of mathematics and natural sciences.

denis.denisovets@mail.ru

Viktor V. Kazachenok, doctor of science (pedagogy), full professor; head of the department of computer technology and systems, faculty of applied mathematics and computer science.

kazachenok@bsu.by

Введение

Сегодня обучение математике не может сводиться к передаче и усвоению сформулированных преподавателем правил, формул, теорем. Оно должно представлять собой активный творческий поиск как со стороны педагога, так и со стороны обучающегося. Задача преподавателя – в процессе передачи знаний научить студентов добывать их самостоятельно, а задача студента – осознанно усвоить систему знаний, умение самостоятельно решать творческие задачи.

При обучении математике существенную роль в управлении деятельностью обучающихся играет наглядность, поскольку она способствует реализации принципа доступности, а также успешному формированию понятий, методов и приемов, поддержанию интереса к математике, приводит к более высокому уровню развития математической культуры, математического языка, логического мышления, обоснованности суждений.

В педагогике и психологии наглядность трактуют неоднозначно: как средство обучения и управления познавательной деятельностью, как принцип либо как метод обучения. Наглядность в методике преподавания математики, как правило, предполагает демонстрацию уже готового образа предметов, процессов или явлений.

При использовании компьютерных технологий становится возможной динамическая интерпретация существенных свойств не только реальных объектов, но и научных закономерностей, теорий, понятий. Под компьютерной наглядностью в настоящей статье понимается совокупность наглядных средств обучения, созданных с помощью информационных технологий, реализуемых с использованием компьютерной техники, и предназначенных для формирования у обучающихся образовательных компетенций.

Отсутствие наглядности в обучении математике ведет к возникновению формализма, т. е. к формированию понятий, за которыми не стоят знания, соотносящиеся с реальной практикой.

Исследователями установлено, что около 90 % всех сведений об окружающем мире человек получает с помощью зрения, 9 % – с помощью слуха и лишь 1 % – посредством остальных органов чувств [1, с. 211]. Наилучшее восприятие обеспечивает сочетание изображения со словесной информацией (слово – наглядность): зрительное восприятие по-

зволяет одновременно усвоить множество деталей, а слово помогает выделить главное для осмысления.

В связи с этим для обеспечения положительной динамики при обучении математике необходимо сконструировать средства визуализации (визуализированные задачи и визуальные модели представления учебной математической информации) с опорой на различные сочетания способов представления учебной математической информации (словесный, аналитический, графический) в соответствии с когнитивными стилями учащихся; обеспечить включенность обучающихся в целенаправленную учебно-познавательную деятельность с комплексом разноуровневых визуализированных дидактических материалов с использованием средств информационно-коммуникационных технологий.

Следует отметить, что ряд авторов признают визуализацию и наглядность синонимичными понятиями, имеющими непосредственное отношение к принципу наглядности. В то же время в некоторых исследованиях подчеркивается разница между этими понятиями в связи с развитием информационных технологий.

Под визуализацией чаще всего подразумевают «способ получения и обобщения знаний на основе зрительного образа понятия, события, процесса, явления, факта и т. п., основанный на ассоциативном мышлении и системном структурировании информации» [2, с. 7]. Основой визуализации содержания учебного материала ученые считают «сознательное и целенаправленное использование учебных “гештальтов”, специально разработанных и особым образом организованных для стимулирования восприятия учебного материала и работы мышления с ним» [3, с. 26]. То есть визуализация предполагает активную деятельность обучающегося в процессе создания и отчуждения «мыслеобраза», затрагивающую психологические процессы отражения и отображения.

Цель статьи – раскрыть сущность визуализации как активной формы деятельности студентов в процессе обучения математике с учетом психофизиологических возможностей человека, а также показать, что осознанное усвоение математических методов и понимание формул возможны при наглядно-модельном обучении на основе принципа моделирования, рассматриваемого в качестве высшей ступени принципа наглядности, представив результаты экспериментального исследования.

Особенности наглядности при обучении математике

А. Н. Леонтьев считал наглядность условием понимания в обучении, поэтому при выборе средств наглядности важно исходить из психологической роли, которую они должны играть в усвоении через понимание. В соответствии с этим ученый выделил

две основные функции наглядности: расширение чувственного опыта; раскрытие сущности изучаемых процессов и явлений [4, с. 356–357].

Адекватное определение наглядности можно сформулировать следующим образом: наглядность –



это активность субъекта по созданию образа познаваемого объекта и ясное понимание данного образа. Важно отметить, что наглядность способствует построению абстрактных моделей многомерных фигур и тел (четырёхмерный куб, гипершар, симплекс, гиперплоскость и др.). Для понимания сущности приведенных фигур необходимо знать лишь то, что величина a выражает длину некоторого отрезка, a^2 – площадь квадрата, стороной которого является этот отрезок, а a^3 – объем куба, ребро которого есть тот же отрезок. Помимо этого, нужно понимать, что площадь прямоугольника со сторонами a и b равна ab , а объем параллелепипеда, ребра которого имеют длины a , b и c , равен abc . Все эти понятия и факты становятся известными уже ученикам начальных классов.

Что же означает понимание формулы? Можно утверждать, что понимается не сама формула, а те связи и отношения, которые она устанавливает. Оперирование математическими объектами представляет собой преимущественно знаково-символическую деятельность, содержание которой составляют использование и преобразование знаково-символических систем. Поэтому основные трудности и проблемы, возникающие в процессе обучения математике, состоят в неумении студента преобразовать информацию, представленную знаково-символическими средствами, к любой другой форме (аналог, образ, система действий с идеальными объектами, набор связей с другими знаниями, совокупность зрительных образов, словесная форма) [5; 6].

Математика имеет дело не с конкретными пространственными формами и количественными отношениями, а с объектами, представляющими абстрагирование от действительного мира, обобщающими разнообразные реальные и идеальные ситуации. В природе нет пределов, производных, интегралов, рядов и дифференциальных уравнений, а есть процессы, моделируемые этими математическими объектами. Студенты должны изучить именно эти математические объекты как модели реальных процессов и уметь переходить от них к конкретным реальным ситуациям.

Н. А. Резник [7] выделяет три способа представления математической информации:

- вербальный – обучающимся предлагается устное или письменное описание, включающее математические термины и их обозначения;
- визуальный (образный, наглядный, геометрический) – основной упор во всех случаях делается на зрительно воспринимаемый образ;
- формульный – используется совокупность символов, фиксирующая связи между отдельными объектами предлагаемой информации с помощью общепринятых или специально введенных (например, стенографических) знаков.

Решение математической задачи, в частности в курсе дифференциальных уравнений, может

быть представлено двумя способами – формульным (в виде формул при аналитических методах решения) и визуальным (в виде графика или таблицы значений при численных и графических методах решения). Соответствующие примеры приведены в работе [8].

Можно сделать вывод, что решение прикладной задачи с помощью аналитических методов, как правило, дает очень сложную для исследования математическую формулу рассматриваемого процесса (может потребоваться большое количество трудоемких вычислений). В то же время решение задачи с использованием графических и численных методов, реализованных с помощью компьютерных программ, дает более полную картину протекания процесса, предоставляет возможность сделать выводы о свойствах полученного решения и ответить на поставленный в задаче вопрос, практически не прибегая к вычислениям. Получение такого решения не занимает много времени, что позволяет рассмотреть большее количество прикладных задач в рамках занятия.

Необходимо отметить, что графически представленное решение развивает умение анализировать графики функций. А. А. Столяр отмечает, что «умение... “читать” графики функций является результатом специального обучения, включающего прежде всего изучение исходного “словаря” для перевода свойств функций... на язык графиков, а также необходимую тренировку (так же как обучение какому-нибудь иностранному языку включает изучение словаря и тренировку в переводе различных текстов)» [9, с. 71].

Совмещение нескольких форм представления учебного материала позволяет устранить перегрузку памяти и обеспечивает формирование стройной системы знаний. Использование форм наглядности, которые не только дополняют словесную информацию, но и сами выступают носителями информации, способствует повышению мыслительной активности обучающихся [10].

Ряд зарубежных исследователей (см. [11]) выделяют три уровня визуализации (табл. 1).

Информационная насыщенность современного мира требует специальной подготовки учебного материала перед его предъявлением обучающимся. Назрела необходимость в обосновании и активном внедрении специальной технологии, позволяющей решать проблемы компоновки знаний и их оперативного использования.

Поиск оптимального набора параметров мультимедийных фрагментов, формы представления дидактического материала, учитывающих не только содержательную, но и организационную сторону процесса обучения, а также особенности конструирования учебной информации в условиях компьютерной наглядности, имеет большое практическое значение.



Таблица 1

Уровни визуализации¹

Table 1

Visualisation levels

Уровень	Краткая характеристика	Основные способы представления материала
Визуализация данных	В первую очередь предназначена для переработки и систематизации цифровых данных	Диаграмма, позволяющая выявить и показать закономерности процессов или явлений
Визуализация информации	Позволяет отразить различные явления, события и процессы во времени и пространстве, продемонстрировать тенденции, выстроить концепции и идеи; дает возможность быстро осваивать различные сложные и большие информационные объемы, в том числе фактографические данные	Инфографика, презентация и др.
Визуализация знаний	Основной упор делается на идеи и трансформацию накопленных знаний, преобразование которых позволяет переосмыслить существующие знания и стимулирует развитие и генерацию новых знаний	Изображение (в том числе 3D), схема, карта

Форма представления учебной информации является существенным фактором, обеспечивающим ее восприятие, понимание и усвоение, и поэтому может рассматриваться как способ управления учебно-познавательной деятельностью учащихся (студентов).

Формы компьютерной наглядности – это экранное предъявление материала, т. е. его подача с ограниченной плоскости монитора, на которой разворачивается изображение. Их можно отнести к образовательным электронным изданиям, которые определяются как совокупность информации, содержащей систематизированный материал по соответствующей научно-практической области знаний и обеспечивающей творческое и активное овладение учащимися (студентами) знаниями, умениями и навыками в этой области.

Компьютерные формы наглядности требуют большей активности восприятия. Даже в случае, когда мы имеем дело с плоским изображением, предполагается создание объема за экраном. Именно поэтому любая модель, реализующая работу с пространством (трехмерная анимация, видеофрагменты), в случае грамотного применения методики создания экранного образа будет успешной. Компьютер позволяет в наглядной форме представить последствия любого действия и показать условия его выполнения, что имеет большое значение для студентов, которые не могут перевести услышанную информацию во внутреннюю визуальную форму.

В наибольшей степени проблему компоновки знаний способна решить технология визуализации учебной информации, в основе которой лежат раз-

личные эффективные способы обработки и компоновки информации, позволяющие ее сжимать, т. е. представлять в компактном, удобном для использования виде. При визуализации учебного материала следует учитывать, что наглядные образы сокращают цепи словесных рассуждений и могут синтезировать схематичный образ большей емкости, тем самым уплотняя информацию.

Следующим важным аспектом использования визуальных учебных материалов является определение оптимального соотношения наглядных образов и словесной, символьной информации. Такие виды мышления, как понятийное (словесно-логическое) и визуальное, на практике находятся в постоянном взаимодействии. Дополняя друг друга, они раскрывают различные стороны изучаемого понятия, процесса или явления. Словесно-логическое мышление дает нам более точное и обобщенное, но абстрактное отражение действительности. В свою очередь, визуальное мышление помогает организовать образы, делает их целостными, обобщенными, полными.

Ряд ученых вводят понятие «когнитивная визуализация», используемое для сжатия и преобразования учебной информации к визуальному виду с помощью таких приемов, как концентрация (укрупнение и сжатие учебной информации), генерализация (выделение основных идей информации), алгоритмизация (представление алгоритма учебно-познавательной деятельности), мультикодовое обозначение учебной информации (информация в виде слов, рисунков, чертежей, графиков, символов, чисел, моделей, физических опытов и др.) [6].

¹Составлено по: Крюкова П. С. Визуализация учебной информации в области информационных технологий : выпуск. квалификац. работа [Электронный ресурс]. Екатеринбург, 2018. 102 с. URL: https://elar.rsvpu.ru/bitstream/123456789/25364/1/RSVPU_2018_349.pdf (дата обращения: 22.03.2021).



Компьютерное моделирование при обучении математике

Использование моделирования и наглядности в обучении математике поднимает вопрос о соотношении между ними. Моделирование и наглядность применяются с единой целью – выделить главное, существенное в изучаемых объектах и предметах. Только при использовании наглядности существенное выделяется в плане восприятия, а при использовании моделирования – в действии, преобразующем объект.

Современный подход к наглядности в обучении математике требует применения новых средств более глубокого, по сравнению с чувственными, рационального уровня отражения, представляющих в чувственно-конкретной форме моделирование сущности математических объектов и призванных выступать рычагами управления познавательной деятельностью студентов и средством профессионализации математической подготовки будущего специалиста [6].

В понимании наглядности авторам настоящей статьи близка точка зрения В. Окня, который считал принцип наглядности не столько предъявлением обучающемуся реальных изучаемых объектов, сколько сложным процессом «познания действительности на основе наблюдения, мышления и практики на пути от конкретного к абстрактному и обратно» [12, с. 188].

В связи с этим принцип моделирования можно рассматривать как высшую ступень принципа наглядности. Таким образом, «наглядное моделирование – это формирование адекватного категории диагностично поставленной цели устойчивого результата внутренних действий обучающегося в процессе моделирования существенных свойств, отношений, связей и взаимодействий при непосредственном восприятии приемов знаково-символической деятельности с отдельными знаниями или упорядоченными наборами знаний» [13, с. 68]. Это лучшее средство организации понимающего усвоения математического материала. Под понимающим усвоением подразумевается: 1) постижение адекватного смысла математического материала; 2) установление существенных связей между математическими объектами, явлениями, процессами и методами; 3) целостное и системное усвоение математического содержания, включая его знаково-символическое представление; 4) приобретение личностного опыта применения математических методов в конкретных ситуациях как в учебной, так и в профессиональной деятельности [5]. Тогда наглядно-модельное обучение можно понимать как процесс организации и усвоения адекватных, понятных моделей.

Как уже отмечалось выше, наглядность математического объекта определяется факторами восприятия, представления, мнемическими процессами в их единстве на основе диагностируемого целеполага-

ния. Сущность наглядности математического объекта определяют следующие критерии:

- «• диагностируемое целеполагание целостности математического объекта (моделирование, кодирование, схематизация, замещение);
- понимание обучающимся сущности математического объекта (адекватность восприятия);
- устойчивость перцептивного образа и представления;
- познавательная и творческая активность обучающегося на основе комфортности и успешности обучения.

Первый и третий критерии обуславливаются проектированием ориентировочной основы учебной деятельности со знаково-символическими средствами учебного процесса, второй и четвертый – знаково-символической деятельностью обучающегося и обучающего» [13, с. 68].

Таким образом, наглядное моделирование в обучении включает в себя не только проектирование и построение априорной модели (схемы, кода, заместителя), отражающей сущность объекта восприятия, но и формирование адекватного результата внутренних действий обучающихся в процессе учебной деятельности. Применение так называемых мягких математических моделей при создании ориентировочной и информационной основ учебной деятельности обеспечивает оптимальное управление познавательной деятельностью обучающихся по формированию универсальных учебных действий [13]. Учитывая вышесказанное, можно сделать вывод, что универсальные учебные действия – это совокупность обобщенных действий обучающихся, направленных на организацию и осуществление своей учебной деятельности, а также управление ею.

Развитие универсальных учебных действий – это процесс постепенной передачи преподавателем функций управления самим обучающимся, который на каждом этапе осуществляется в неразрывном единстве с усвоением учебного содержания. Вне ситуации получения знаний развитие универсальных учебных действий невозможно.

Процесс объяснения, так же как и процесс наглядного моделирования в обучении математике, должен завершаться пониманием или адекватностью результатов внутренних действий обучающихся априорной модели (схеме). «Понимать объяснение – значит... видеть сущность объясняемого в неразрывном единстве с конкретизацией этой сущности...» [14, с. 14].

Ю. М. Колягин [15] подчеркивает, что наглядность выступает опорой для реализации главной задачи обучения – осознания студентами связей и отношений между свойствами предмета. Таким образом, график решения прикладной задачи является опорой для осознания связей, описываемых той



или иной математической моделью. Реализовать графические и численные методы без применения компьютерных программ достаточно сложно из-за большого количества вычислений. Согласно определению Б. А. Найманова [16] решение данных задач должно включать этапы формализации и интерпретации.

Например, главной целью решения прикладных задач в курсе дифференциальных уравнений является составление математической модели и анализ полученных результатов. Таким образом, решение прикладных задач – еще один вид компьютерно ориентированных задач в курсе дифференциальных уравнений. Прикладные задачи, решенные средствами компьютерных программ, позволят увеличить наглядность курса дифференциальных уравнений за счет построения графического решения дифференциального уравнения, изучения реальных процессов и явлений с точки зрения математических моделей, формирования у студентов навыков математического моделирования.

Для построения графиков функций можно выбрать одну из следующих программ: *AceIT Grapher*, *Advanced Grapher*, *Dplot*, *Efofex FX Draw*, *Falco Graph Builder*, *FBK Grapher*².

Возможности информационных технологий расширяют рамки применения принципа наглядности, их использование дает возможность в динамике проиллюстрировать логику и алгоритмы графических построений, показать предмет в движении, возникновении и развитии, реалистично передать его свойства.

С помощью компьютера наиболее четко раскрываются существенные связи объекта, т. е. визуализируются те знания человека, для которых еще не найдено текстового описания или требуется высшая степень абстракции.

Однако, признавая роль компьютерной наглядности как средства оптимизации образовательного процесса, следует отметить, что практика применения средств компьютерной наглядности на занятиях не является обязательным условием его эффективности. В связи с этим необходимо подчеркнуть важность теоретического и методического обоснования применения средств наглядности в учебном процессе [17].

Также сегодня в образовательном процессе усиливается использование форм и методов представления информации с элементами когнитивной компьютерной графики, которые ранее не применялись (динамические презентации (динамические

визуальные модели), мультимедийное обучение, виртуальное обучение). Здесь под когнитивной компьютерной графикой понимается совокупность приемов и методов образного представления учебного материала, которое способствует интеллектуальному процессу изучения этого материала, понимания внутренней структуры, взаимосвязей³. Педагогическая технология визуализации учебной информации сегодня ориентируется на приемы работы с визуальной учебной информацией, которые непрерывно совершенствуются вслед за развитием информационно-коммуникационных технологий.

Применение инновационных способов отображения визуальной учебной информации в большей степени связано с активным распространением информационных образовательных ресурсов. В частности, сегодня можно использовать интерактивные визуальные модели представления учебной информации:

- сетевые сервисы (*Cacoo*, *Mindomo*, *SpiderScribe*, *MindMeister*, *edu.glogster.com*, *bubble.us* и др.);
- программное обеспечение для интерактивных досок (*Smart Notebook*, *ActivInspire* и др.);
- мультимедиапрограммы (*Microsoft PowerPoint*, *OpenOffice Impress* и др.);
- интерактивные онлайн-доски (*en.linoit.com*, *wikiwall.ru*, *scrumbler.ca* и др.)⁴.

В настоящее время учеными выделены формы компьютерной наглядности различных уровней:

- уровень II – статичная двумерная наглядность (2D-графика + текст);
- уровень III – статичная трехмерная наглядность (3D-графика + текст + звук);
- уровень IV – динамичная трехмерная наглядность (3D-графика + анимация + текст + звук).

Каждая форма компьютерной наглядности оказывает разное влияние на усвоение студентами знаний по отдельным разделам, темам. Таким образом, важным условием эффективного применения компьютерной формы наглядности является использование взаимодополняющих форм представления учебной информации для обеспечения целостного представления объекта изучения [10].

Также важно, чтобы в основу образовательных и информационных электронных технологий была заложена модель обучаемого, которому предстоит работать с обучающими системами [6; 18]. При этом критерием эффективности в обучении должны выступать в первую очередь время и точность выполнения заданий при получении требуемого результата.

²Оленчиков А. Программы для построения графиков функций [Электронный ресурс]. URL: <https://lumpics.ru/function-graph-building-software/> (дата обращения: 29.03.2021).

³Крюкова П. С. Визуализация учебной информации...

⁴Фицнер А. В. Развитие познавательных универсальных учебных действий учащихся основной школы при обучении понятиям функциональной линии алгебры средствами визуализации : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02. Красноярск, 2018. 24 с.



Для оценки эффективности использования компьютерных форм наглядности в обучении студентов, как правило, используются операционные и процессуальные критерии, ориентированные прежде всего на определение психолого-педагогического воздействия компьютерных форм наглядности на познавательную деятельность обучающихся. При этом учитываются следующие показатели:

- общий объем усвоенных знаний и количество усвоенных понятий (отражают полноту усвоения испытуемым какого-либо содержательного компонента требований к уровню подготовки);
- коэффициенты точности и прочности усвоения (отражают качество усвоения испытуемым содержательного компонента);
- коэффициент времени (показывает временные затраты на обучение) [10].

Также к основным показателям эффективности управления учебно-познавательной деятельностью студентов относится степень обученности. Для ее оценки, как правило, используют методику Симонова [19], согласно которой степень обученности характеризуется совокупностью пяти последовательных показателей (различение, запоминание, понимание, элементарные умения и навыки, перенос), усвоенных учащимися в процессе обучения.

Для проведения эксперимента, целью которого являлась проверка результативности обучения математике, были выбраны 55 студентов первого курса Могилёвского государственного университета имени А. А. Кулешова. Испытуемых разделили на две группы:

- экспериментальную, состоящую из 30 студентов, использующих на занятиях компьютер;
- контрольную, состоящую из 25 студентов, не использующих на занятиях компьютер.

Результаты входного контроля подтвердили, что уровень знаний в контрольной и экспериментальной группах не различается.

Эффективность применения компьютерной наглядности на занятиях по математике проверялась путем сравнения итогов контрольных работ.

В качестве количественной оценки было определено среднее значение коэффициента сформированности обобщенного умения решать учебные задачи (p^*). Данный коэффициент вычислялся на основе разработанного А. В. Усовой [20] пооперационного анализа:

$$p^* = \frac{\sum_{i=1}^N P_i}{NP},$$

где N – число студентов, выполнивших работу; P_i – количество верно выполненных операций i -м студентом; P – количество операций, которые должны быть выполнены.

В целях определения достоверности различий в качестве подготовки студентов контрольной и экспериментальной групп проведена статистическая обработка результатов исследований.

Для сравнения результатов мы использовали критерий Фишера ϕ , предназначенный для сопоставления двух выборок по частоте встречающегося эффекта [21; 22]. Для получения количественных оценок сформулируем гипотезы:

- H_0 – занятия в экспериментальной группе не помогают избежать грубых ошибок, т. е. качество знаний не выше, чем в контрольной группе.
- H_1 – занятия в экспериментальной группе помогают избежать грубых ошибок, т. е. качество знаний выше, чем в контрольной группе.

Данные приведены в табл. 2.

Таблица 2

Результаты эксперимента

Table 2

Experimental results

Группа	Количество испытуемых (n)	Число студентов, получивших оценки 7–10 баллов	Доля, %
Экспериментальная	30	16	53,3
Контрольная	25	9	36,0

Используя статистические таблицы, определяем величины ϕ , соответствующие процентным долям студентов, получивших оценки 7–10 баллов, каждой из групп: $\phi_1(53,3) = 1,64$; $\phi_2(36,0) = 0,74$. Вычисляем эмпирическое значение ϕ_0 по формуле

$$\phi_0 = |\phi_1 - \phi_2| \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}},$$

где n_1 и n_2 – количество испытуемых в экспериментальной и контрольной группах соответственно.

В данном случае получаем $\phi_0 = 3,32$. Для оценки значимости психологических и педагогических эффектов применяются уровни статистической значимости $\phi_0(\min) = 1,64$ ($p = 0,05$). В итоге получаем $\phi_0 > \phi_0(\min)$ с уровнем значимости 0,05.

Это позволяет утверждать, что принимается гипотеза H_1 (занятия в экспериментальной группе помогают избежать грубых ошибок, т. е. качество знаний в этой группе выше, чем в контрольной группе) на уровне 95 % по критерию Фишера.

Заключение

Эффективная реализация личностно ориентированной системы математического образования возможна за счет организации понимающего усвоения математики и развития личности студента средствами математики на основе концепции наглядно-модельного обучения математике в учреждении высшего образования.

Осознанное усвоение математических методов невозможно при опоре только на логический компонент мышления. Визуализация изучаемого материала, основанная на различных способах предъявления информации и взаимосвязях между ними, дает возможность активизировать учебно-познавательную деятельность студентов, что способствует развитию их визуального мышления и позволяет обеспечить осознанное усвоение идей, понятий и процессов математики.

Однако в процессе разработки учебно-методических материалов необходимо контролировать степень обобщения содержания обучения, дублировать вербальную информацию образной и наоборот, чтобы при необходимости звенья логической цепи были полностью восстановлены обучающимися.

Технология визуализации позволяет повысить эффективность учебного процесса при выполнении следующих условий:

1) систематическое использование в учебном процессе визуальных моделей и их сочетаний;

2) обучение студентов рациональным приемам сжатия информации и ее когнитивно-графического представления.

Управление учебно-познавательной деятельностью студентов при обучении математике возможно при выполнении условий, которые предусматривают цели управления, первоначальное состояние объекта управления, программу управления, обратную связь и регулирование. Качество обучающихся (управляющих) программ, позволяющих повысить эффективность управления, обеспечивается содержанием используемых при этом задач, которые реализуют косвенное управление учебной деятельностью при обучении математике.

При этом управление учебно-познавательной деятельностью студентов с помощью средств наглядности, таких как задачи наглядного содержания, таблицы (справочные, иллюстративные, обобщающие, сводные, комбинированные), схемы (структурно-логические, информационные, классификационные, а также ориентации в объекте (объектах)) позволяет обучающимся закрепить умения анализировать, синтезировать, сравнивать, дает возможность применения знаний в решении теоретических и практических задач, установления причинно-следственных связей, построения дедуктивных и индуктивных умозаключений и осуществления доказательства.

Библиографические ссылки

1. Ильина ТА. Педагогика. Москва: Просвещение; 1984. 496 с.
2. Абдулаев ЭН. Использование визуальной информации в преподавании истории. *Преподавание истории в школе*. 2012;10:7–11.
3. Резник НА. Визуализация учебного контента в современном информационном пространстве. В: Трипольский РИ, редактор. *Информационно-образовательная среда современного вуза как фактор повышения качества образования. Международная научно-практическая конференция; 1–3 ноября 2007 г.; Мурманск, Россия = Information-educational environment of a present day high educational institution as a factor of improving education quality. International scientific conference; 2007 November 1–3; Murmansk, Russia*. Мурманск: Мурманский государственный педагогический университет; 2007. с. 24–26.
4. Леонтьев АН. *Избранные психологические произведения. Том 1*. Давыдов ВВ, Зинченко ВП, Леонтьев АА, Петровский АВ, редакторы. Москва: Педагогика; 1983. 392 с.
5. Лунгу КН, Лунгу АК. Наглядность в обучении математике студентов технических вузов. *Образовательные технологии*. 2012;1:107–113.
6. Денисовец ДА, Казаченок ВВ. Наглядность при обучении математике в условиях информационных технологий. *Матэматыка*. 2021;3:3–10.
7. Резник НА. *Методические основы обучения математике в средней школе с использованием средств развития визуального мышления* [диссертация]. Санкт-Петербург: [б. и.]; 1997. 500 с.
8. Безручко АС. *Методика обучения решению дифференциальных уравнений будущих учителей информатики, основанная на использовании информационных технологий* [диссертация]. Москва: [б. и.]; 2014. 211 с.
9. Столяр АА. *Педагогика математики*. 3-е издание. Минск: Вышэйшая школа; 1986. 414 с.
10. Жук ЮА. *Дидактические условия использования дисплейных форм наглядности в обучении студентов* [диссертация]. Санкт-Петербург: [б. и.]; 2010. 193 с.
11. Masud L, Valsecchi F, Ciuccarelli P, Ricci D, Caviglia G. From data to knowledge. Visualizations as transformation processes within the data – information – knowledge continuum. In: *14th International conference information visualisation; 2010 July 26–29; London, UK*. [s. l.]: IEEE; 2010. p. 445–449. DOI: 10.1109/IV.2010.68.



12. Оконь В. *Введение в общую дидактику*. Кашкурович ЛГ, Горин НГ, переводчики. Москва: Высшая школа; 1990. 382 с.
13. Белоногова ЕА. Моделирование как основной компонент наглядного обучения математике инженеров-бакалавров. *Современные наукоемкие технологии*. 2016;2(часть 1):65–69.
14. Сохор АМ. *Объяснение в процессе обучения: элементы дидактической концепции*. Москва: Педагогика; 1988. 128 с.
15. Колягин ЮМ. *Задачи в обучении математике*. Москва: Просвещение; 1977. 2 части.
16. Найманов БА. *Реализация прикладной направленности преподавания дифференциальных уравнений в педагогическом институте* [диссертация]. Москва: [б. и.]; 1992. 172 с.
17. Казаченок ВВ. Функции компьютера как средства организации управляемого самообучения учащихся. *Информатика и образование*. 2006;10:104–106.
18. Казаченок ВВ. Тенденции и модели развития образования XXI века. *Математика*. 2018;5:3–8.
19. Симонов ВП. *Диагностика степени обученности учащихся*. Москва: МРА; 1999. 48 с.
20. Усова АВ. *Формирование у школьников научных понятий в процессе обучения*. Москва: Педагогика; 1986. 176 с.
21. Казаченок ВВ. *Управляемое самообучение учащихся решению задач углубленного курса математики средствами современных информационных технологий*. Минск: БГУ; 2006. 247 с.
22. Новиков ДА. *Статистические методы в педагогических исследованиях (типовые случаи)*. Москва: МЗ-Пресс; 2004. 67 с.

References

1. Il'ina TA. *Pedagogika* [Pedagogy]. Moscow: Prosveshchenie; 1984. 496 p. Russian.
2. Abdulaev EN. [Using visual information in history teaching]. *Prepodavanie istorii v shkole*. 2012;10:7–11. Russian.
3. Reznik NA. [Visualisation of educational content in the modern information space]. In: Tripol'skii RI, editor. *Information-educational environment of a present day high educational institution as a factor of improving education quality. International scientific conference; 2007 November 1–3; Murmansk, Russia*. Murmansk: Murmansk Arctic State University; 2007. p. 24–26. Russian.
4. Leont'ev AN. *Izbrannye psikhologicheskie proizvedeniya. Tom 1* [Selected psychological works. Volume 1]. Davydov VV, Zinchenko VP, Leont'ev AA, Petrovskii AV, editors. Moscow: Pedagogika; 1983. 392 p. Russian.
5. Lungu KN, Lungu AK. [Visibility in teaching mathematics to students of technical universities]. *Obrazovatel'nye tekhnologii*. 2012;1:107–113. Russian.
6. Denisovets DA, Kazachenok VV. [Visibility in teaching mathematics in the context of information technology]. *Matematika*. 2021;3:3–10. Russian.
7. Reznik NA. *Metodicheskie osnovy obucheniya matematike v srednei shkole s ispol'zovaniem sredstv razvitiya vizual'nogo myshleniya* [Methodological foundations of teaching mathematics in secondary school using visual thinking development tools; dissertation]. Saint Petersburg: [s. n.]; 1997. 500 p. Russian.
8. Bezruchko AS. *Metodika obucheniya resheniyu differentsial'nykh uravnenii budushchikh uchitelei informatiki, osnovannaya na ispol'zovanii informatsionnykh tekhnologii* [Methods of teaching the solution of differential equations to future computer science teachers based on the use of information technology; dissertation]. Moscow: [s. n.]; 2014. 211 p. Russian.
9. Stolyar AA. *Pedagogika matematiki* [Pedagogy of mathematics]. 3rd edition. Minsk: Vyshnejshaja shkola; 1986. 414 p. Russian.
10. Zhuk YuA. *Didakticheskie usloviya ispol'zovaniya displeynykh form naglyadnosti v obuchenii studentov* [Didactic conditions for the use of display forms of visibility in teaching students; dissertation]. Saint Petersburg: [s. n.]; 2010. 193 p. Russian.
11. Masud L, Valsecchi F, Ciuccarelli P, Ricci D, Caviglia G. From data to knowledge. Visualizations as transformation processes within the data – information – knowledge continuum. In: *14th International conference information visualisation; 2010 July 26–29; London, UK*. [s. l.]: IEEE; 2010. p. 445–449. DOI: 10.1109/IV.2010.68.
12. Okoń W. *Wprowadzenie do dydaktyki ogólnej*. Warszawa: Państwowe wydawnictwo naukowe; 1987. 455 s. Russian edition: Okon' V. *Vvedenie v obshchuyu didaktiku*. Kashkurevich LG, Gorin NG, translators. Moscow: Vysshaya shkola; 1990. 382 p.
13. Belonogova EA. Simulation, as the main component of visual teaching mathematics engineers-bachelors. *Modern High Technologies*. 2016;2(part 1):65–69. Russian.
14. Sokhor AM. *Ob'yasnenie v protsesse obucheniya: elementy didakticheskoi kontseptsii* [Explanation in the learning process: elements of a didactic concept]. Moscow: Pedagogika; 1988. 128 p. Russian.
15. Kolyagin YuM. *Zadachi v obuchenii matematike* [Tasks in teaching mathematics]. Moscow: Prosveshchenie; 1977. 2 parts. Russian.
16. Naimanov BA. *Realizatsiya prikladnoi napravlenosti prepodavaniya differentsial'nykh uravnenii v pedagogicheskom institute* [Implementation of the applied orientation of teaching differential equations at the pedagogical institute; dissertation]. Moscow: [s. n.]; 1992. 172 p. Russian.
17. Kazachenok VV. [Computer functions as a means of organizing controlled self-learning of students]. *Informatika i obrazovanie*. 2006;10:104–106. Russian.
18. Kazachenok VV. [Trends and models of education development in the 21st century]. *Matematika*. 2018;5:3–8. Russian.
19. Simonov VP. *Diagnostika stepeni obuchennosti uchashchikhsya* [Diagnostics of the degree of training of students]. Moscow: MRA; 1999. 48 p. Russian.
20. Usova AV. *Formirovanie u shkol'nikov nauchnykh ponyatii v protsesse obucheniya* [Formation of scientific concepts in schoolchildren in the learning process]. Moscow: Pedagogika; 1986. 176 p. Russian.



21. Kazachenok VV. *Upravlyаемое samoobuchenie uchaschikhsya resheniyu zadach uglublennogo kursa matematiki sredstvami sovremennykh informatsionnykh tekhnologii* [Guided self-study of students in solving problems of an in-depth course of mathematics by means of modern information technologies]. Minsk: Belarusian State University; 2006. 247 p. Russian.

22. Novikov DA. *Statisticheskie metody v pedagogicheskikh issledovaniyakh (tipovye sluchai)* [Statistical methods in pedagogical research (typical cases)]. Moscow: MZ-Press; 2004. 67 p. Russian.

Статья поступила в редколлегию 16.08.2021.
Received by editorial board 16.08.2021.