Теоретическая физика

Theoretical physics

УДК 530.1

СТРУКТУРА КОМПАКТНЫХ АСТРОФИЗИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ В КОНФОРМНО-УНИМОДУЛЯРНОЙ МЕТРИКЕ

С. Л. ЧЕРКАС[1]***, В. Л. КАЛАШНИКОВ***[2]

[1]*Институт ядерных проблем БГУ, ул. Бобруйская, 11, 220006, г. Минск, Беларусь*
[2]*Римский университет «Ла Сапиенца», пл. Альдо Моро, 5, 00185, г. Рим, Италия*

Рассматривается решение для сферически-симметричного гравитационного поля в конформно-унимодулярной метрике. Основанием для исследования данной калибровки стало ее использование в пятивекторной теории гравитации, позволяющей решить космологическую проблему чрезмерно большой энергии вакуума. Приводятся аргументы в пользу того, что все физические явления должны рассматриваться именно в этом классе метрик, что предполагает нарушение калибровочной инвариантности общей теории относительности. Исследованы как вакуумные решения, так и решения для несжимаемой жидкости постоянной плотности. Для последнего случая оказывается, что такие несингулярные объекты, называемые эйхеонами, могут быть конечным результатом коллапса звезд с массой, превышающей предел Толмана – Оппенгеймера – Волкова. Слово «эйхеон» отсылает к фундаментальной работе Г. Вейля «Gravitation und Elektrizität», опубликованной, в частности, в книге «Das Relativitätsprinzip. Eine Sammlung von Originalarbeiten zur Relativitätstheorie Einsteins» (Берлин, 2018). В указанной работе впервые была изложена концепция калибровочной инвариантности (нем. *Eichtheorie*) применительно к единой теории поля. Этим термином мы подчеркиваем решающую роль унимодулярного калибровочного условия для описания сверхкомпактных несингулярных астрофизических объектов. Кроме того, коннотация *Eichel* (рус. *желудь*) подчеркивает тот факт, что эйхеон может иметь внутреннюю структуру и реальную («твердую») поверхность. Рассмотрены также радиальные геодезические пробных частиц в унимодулярной метрике.

Ключевые слова: сферически-симметричное решение; компактные объекты; конформно-унимодулярная метрика; черные дыры; сверхмассивные черные дыры; координатная сингулярность; нарушение калибровочной инвариантности; вакуумная энергия.

Образец цитирования:
Черкас СЛ, Калашников ВЛ. Структура компактных астрофизических объектов в конформно-унимодулярной метрике. *Журнал Белорусского государственного университета. Физика.* 2020;3:97–111.
https://doi.org/10.33581/2520-2243-2020-3-97-111

For citation:
Cherkas SL, Kalashnikov VL. Structure of the compact astrophysical objects in the conformally-unimodular metric. *Journal of the Belarusian State University. Physics.* 2020;3:97–111. Russian.
https://doi.org/10.33581/2520-2243-2020-3-97-111

Авторы:
Сергей Леонидович Черкас – кандидат физико-математических наук; старший научный сотрудник лаборатории ядерной оптики и космомикрофизики.
Владимир Леонидович Калашников – кандидат физико-математических наук; старший научный сотрудник отдела информационной инженерии, электроники и телекоммуникаций.

Authors:
Sergey L. Cherkas, PhD (physics and mathematics); senior researcher at the laboratory of nuclear optics and astroparticle physics.
cherkas@inp.bsu.by
Vladimir L. Kalashnikov, PhD (physics and mathematics); senior researcher at the department of information engineering, electronics and telecommunications.
vladimir.kalashnikov@uniroma1.it

CC BY NC

Журнал Белорусского государственного университета. Физика. 2020;3:97–111
Journal of the Belarusian State University. Physics. 2020;3:97–111

STRUCTURE OF THE COMPACT ASTROPHYSICAL OBJECTS IN THE CONFORMALLY-UNIMODULAR METRIC

***S. L. CHERKAS*[a], *V. L. KALASHNIKOV*[b]**

[a]*Institute for Nuclear Problems, Belarusian State University,*
11 Babrujskaja Street, Minsk 220006, Belarus
[b]*Sapienza Università di Roma, 5 Piazzale Aldo Moro, Roma 00185, Italia*
Corresponding author: S. L. Cherkas (cherkas@inp.bsu.by)

A spherically symmetric solution for a gravitational field is considered in the conformally-unimodular metric. The reason for the study of this particular gauge (i. e., conformally-unimodular metric) is its relation to the vacuum energy problem. That aim connects it to other physical phenomena (including black holes), and one could argue that they should be considered in this particular class of metrics. As the vacuum solutions, so the incompressible liquid ones are investigated. In the last case, the nonsingular «eicheon» appears as a non-point compact static object that possessed different masses and structures. Such objects are a final product of the stellar collapse, with the masses exceeding the Tolman – Oppenheimer – Volkoff limit. The term «eicheon» refers to the fundamental G. Weyl's paper «Gravitation und Elektrizität», published, in particular in the book «Das Relativitätsprinzip. Eine Sammlung von Originalarbeiten zur Relativitätstheorie Einsteins» (Berlin, 2018), where he introduced the concept of gauge invariance (German *Eichtheorie*) firstly in its relation to the unified field theory. Using this term to describe the compact nonsingular astrophysical objects emphasizes the decisive role of the gauge fixing by the unimodular metric. Besides, the connotation with *Eichel* (*acorn*) stresses the twofold internal structure of an object: as a point-like in the unimodular metric and a surface in the Schwarzschild one. The radial geodesic lines are investigated in the conformally-unimodular metric, as well.

Keywords: spherically symmetric solution; compact objects; conformally-unimodular metric; black holes; supermassive black holes; coordinate singularity; violation of gauge invariance; vacuum energy.

История, рассказанная ниже,
правдива. К сожаленью, в наши дни
не только ложь, но и простая правда
нуждается в солидных подтвержденьях и доводах.

И. Бродский. Посвящается Ялте. 1969

Введение

Одними из самых интересных объектов общей теории относительности (ОТО) являются черные дыры (ЧД) [1; 2], образующиеся в итоге коллапса астрофизических объектов с массой больше предела Толмана – Оппенгеймера – Волкова [3; 4]. Зарегистрированные гравитационные волны, интерпретированные как результат столкновения массивных ЧД [5], так же как и прямые астрофизические наблюдения, свидетельствующие о наличии сверхмассивных и предельно компактных объектов в галактических центрах [6], считаются косвенными доказательствами существования ЧД. Однако они могут рассматриваться именно как косвенные доказательства, так как свидетельствуют только о наличии сверхкомпактных массивных астрофизических объектов, имеющих для внешнего наблюдателя свойства, хорошо описываемые в рамках ОТО.

Тем не менее чрезвычайно странные свойства ЧД заставляли и продолжают заставлять многих исследователей (включая А. Эйнштейна [7]) усомниться в реальности их существования и рассматривать ЧД как патологический артефакт ОТО. Можно отметить несколько таких фактов.

1. Прежде всего это наличие формальной сингулярности в центре ЧД. Во избежание этого предлагались различные подходы, модифицирующие ОТО за счет ее обобщения, в частности с учетом «кручения» (см., например, [8]); представления гравитации как физического тензорного поля, что требует нарушения калибровочной инвариантности и ненулевой массы гравитона [9]; предположения об ограниченности кривизны пространства-времени [10], а также на основе попыток создания квантовых теорий гравитации, например петлевой квантовой гравитации [11]. В то же время сингулярноть ЧД является «одетой», т. е. окруженной горизонтом событий, что позволяет оправдать ее существование тем, что она невидима для внешнего наблюдателя [12].

2. Физический статус самого горизонта событий ЧД также может вызвать вопросы, хотя с точки зрения ОТО для свободно падающего наблюдателя это «односторонняя мембрана» («горизонт невозврата»), не имеющая физических особенностей. Тем не менее факт формирования горизонта событий (и, следовательно, ЧД) при коллапсе подвергается ряду сомнений с позиций как классических, так и квантовых подходов. Например, возможность формирования ЧД (и горизонта событий, соответственно) в процессе коллапса тесно связана со стабильностью сверхплотных состояний вещества [2]. Предположение о существовании таких экзотических стабильных фаз (в частности, свободнокварковой фазы [13]) могло бы объяснить феномен сверхкомпактных объектов, внешне проявляющих себя как ЧД. Затем в полевой формулировке теории гравитации с массивным гравитоном само понятие горизонта событий является физически бессмысленным и неограниченный гравитационный коллапс невозможен [14; 15], хотя не отрицается существование сверхкомпактных объектов, имеющих размеры, инфинитезимально бóльшие шварцшильдова радиуса, и схожих во многих аспектах с ЧД [16; 17]. Альтернативные подходы разрабатываются в рамках построения квантовой теории гравитации, поскольку наличие горизонта событий и сингулярности нарушает принципы унитарности (информационный парадокс) и неклонируемости квантовых состояний, так же как создает проблемы интерпретации термодинамики ЧД [18–21].

Если предположить, что гипотеза об отсутствии ЧД связана с модернизацией ОТО и синтезом теории гравитации с квантовой механикой, то возникает вопрос: «В каком направлении должна быть проведена модернизация ОТО?» В связи с этим можно вспомнить известное высказывание Д. И. Блохинцева: «Фактов всегда достаточно, а не хватает только фантазии» [22, с. 688].

Ключевым фактом, указывающим на возможное правильное направление, является проблема вакуумной энергии. В рамках ОТО любая постоянная плотность энергии (в том числе энергии нулевых колебаний полевых осцилляторов) приводит к расширению вселенной. При обрезании импульсов на планковском уровне плотность энергии вакуума будет порядка массы Планка в четвертой степени ($\rho_{vac} \sim M_p^4$) [23]. Настолько быстрое расширение вселенной, соответствующее такой плотности, не наблюдается [24]. В этом смысле проблема вакуумной энергии является скорее не проблемой, а наблюдаемым фактом [25], который необходимо учитывать. Одно из возможных решений – построить теорию гравитации, которая допускала бы произвольный выбор уровня отсчета плотности энергии, – тогда основная часть плотности энергии вакуума не будет влиять на расширение вселенной, поскольку уравнение Фридмана будет определено с точностью до произвольной константы.

Следующим фактом является отсутствие инвариантного вакуумного состояния в ОТО. Это указывает на необходимость нарушения калибровочной инвариантности ОТО[1]. В частности, в работе [26] было рассмотрено нарушение калибровочной инвариантности ОТО, возникающее в результате ограничения класса всех возможных метрик, по которым варьируется стандартное действие Эйнштейна – Гильберта, что позволило избежать проблемы экстремально большой вакуумной энергии. Возникает вопрос: «Как в данном классе метрик выглядит решение Шварцшильда?»

Целью настоящей работы является выяснение природы астрофизических ЧД-подобных объектов, возможных в этом ограниченном (так называемом конформно-унимодулярном) классе метрик. Забегая вперед, необходимо предупредить, что свойства таких объектов для удаленного наблюдателя могут быть неотличимы от свойств ЧД. Однако детальная разработка этого вопроса выходит далеко за рамки данной работы.

Нарушение калибровочной инвариантности в рамках пятивекторной теории гравитации

Наблюдаемый факт, что основная часть вакуумной энергии не влияет на расширение вселенной, указывает на необходимость теории гравитации, в которой уровень отсчета плотности энергии можно выбирать произвольно. Такая теория может быть сформулирована, если варьировать стандартное действие Эйнштейна – Гильберта не по всем возможным метрикам $g_{\mu\nu}$ пространства-времени, а по некоторому ограниченному классу конформно-унимодулярных метрик [26]

$$ds^2 \equiv g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu = a^2\left(1-\partial_m P^m\right)^2 d\eta^2 - \gamma_{ij}\left(dx^i + N^i d\eta\right)\left(dx^j + N^j d\eta\right), \tag{1}$$

где γ_{ij} – метрический тензор трехмерного пространства; $a = \gamma^{1/6}$ – определенный локально масштабный фактор, $\gamma = \det\gamma_{ij}$. Пространственная часть интервала (1) может быть записана как

[1]Как известно, большинство симметрий в природе оказываются нарушенными. Исключение, по-видимому, составляет цветовая симметрия квантовой хромодинамики.

$$dl^2 \equiv \gamma_{ij}\, dx^i dx^j = a^2\left(\eta,\, \mathbf{x}\right)\tilde{\gamma}_{ij}\, dx^i dx^j,$$

где $\tilde{\gamma}_{ij} = \dfrac{\gamma_{ij}}{a^2}$ – матрица с определителем, равным единице[2].

По форме интервал (1) аналогичен ADM [27], но вместо функции хода используется выражение $1 - \partial_m P^m$, где ∂_m – частная производная; P^m – трехмерный вектор (относительно вращений). Варьирование стандартного действия Эйнштейна – Гильберта [28]

$$S_{grav} = -\frac{M_p^2}{12}\int \mathcal{G}\sqrt{-g}\, d^4x,$$

где $\mathcal{G} = g^{\alpha\beta}\left(\Gamma^{\rho}_{\alpha\nu}\Gamma^{\nu}_{\beta\rho} - \Gamma^{\nu}_{\alpha\beta}\Gamma^{\rho}_{\nu\rho}\right)$ и $M_p = \sqrt{\dfrac{3}{4\pi G}}$ – масса Планка, по векторам **P**, **N** и трехмерной метрике[3] γ_{ij} приводит к уравнениям пятивекторной теории гравитации (ПВТ):

$$\frac{\partial g^{\mu\nu}}{\partial \gamma_{ij}}\left(\frac{\partial \mathcal{G}\sqrt{-g}}{\partial g^{\mu\nu}} - \partial_\lambda \frac{\partial\left(\mathcal{G}\sqrt{-g}\right)}{\partial\left(\partial_\lambda g^{\mu\nu}\right)} - \frac{6}{M_p^2}T_{\mu\nu}\sqrt{-g}\right) = 0,$$

$$\frac{\partial g^{\mu\nu}}{\partial N^i}\left(\frac{\partial\left(\mathcal{G}\sqrt{-g}\right)}{\partial g^{\mu\nu}} - \partial_\lambda \frac{\partial\left(\mathcal{G}\sqrt{-g}\right)}{\partial\left(\partial_\lambda g^{\mu\nu}\right)} - \frac{6}{M_p^2}T_{\mu\nu}\sqrt{-g}\right) = 0, \tag{2}$$

$$\frac{\partial g^{\mu\nu}}{\partial\left(\partial_j P^i\right)}\frac{\partial}{\partial x^j}\left(\frac{\partial\left(\mathcal{G}\sqrt{-g}\right)}{\partial g^{\mu\nu}} - \partial_\lambda \frac{\partial\left(\mathcal{G}\sqrt{-g}\right)}{\partial\left(\partial_\lambda g^{\mu\nu}\right)} - \frac{6}{M_p^2}T_{\mu\nu}\sqrt{-g}\right) = 0,$$

где принято во внимание, что тензор энергии-импульса материи $T_{\mu\nu} = \dfrac{\delta S_m}{\delta g^{\mu\nu}}$. Последнее уравнение (2) более слабое, чем соответствующее уравнение гамильтоновой связи ОТО. С другой стороны, в ПВТ возникают ограничения $\nabla\left(\nabla\cdot\mathbf{P}\right) = 0$, $\nabla\left(\nabla\cdot\mathbf{N}\right) = 0$ на множители Лагранжа. Если выбрать калибровку в виде $\nabla\cdot\mathbf{N} = 0$, то гамильтонова связь удовлетворяется с точностью до константы [26].

Сферически-симметричное гравитационное поле

Сферически-симметричные метрики, принадлежащие классу (1), в котором возможно сформулировать теорию гравитации, допускающую произвольный выбор уровня отсчета энергии, имеют следующий вид:

$$ds^2 = a^2\left(d\eta^2 - \tilde{\gamma}_{ij}\, dx^i dx^j\right) = e^{2\alpha}\left(d\eta^2 - e^{-2\lambda}\left(d\mathbf{x}\right)^2 - \left(e^{4\lambda} - e^{-2\lambda}\right)\frac{\left(\mathbf{x}d\mathbf{x}\right)^2}{r^2}\right), \tag{3}$$

где $a = \exp\alpha$, λ являются функциями от η, r; $r = \left|\mathbf{x}\right|$. Матрица $\tilde{\gamma}_{ij}$ с единичным детерминантом записана через функцию $\lambda\left(\eta,\, r\right)$. Для сферически-симметричного случая уравнения (2) принимают вид

$$\mathcal{H} = e^{2\alpha}\left(-\frac{1}{2}\alpha'^2 + \frac{1}{2}\lambda'^2 - \frac{e^{2\lambda}}{6r^2} + \frac{e^{2\alpha}}{M_p^2}\rho + e^{-4\lambda}\left(\frac{1}{6r^2} - \frac{4}{3}\partial_r\alpha\partial_r\lambda + \frac{1}{6}\partial_r\alpha^2 + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{2\partial_r\alpha}{3r} + \frac{1}{3}\partial_{r,\,r}\alpha + \frac{7}{6}\partial_r\lambda^2 - \frac{5\partial_r\lambda}{3r} - \frac{1}{3}\partial_{r,\,r}\lambda\right)\right) = \text{const}, \tag{4}$$

[2]Далее в тексте метрика пространства-времени, которая представляется в виде произведения общего множителя на четырехмерную матрицу с детерминантом, равным –1, включающую трехмерный пространственный блок с единичным детерминантом, называется конформно-унимодулярной.

[3]Трехмерный метрический тензор может быть записан в виде тройки реперных векторов, составляющих так называемую триаду.

$$\mathcal{P} = e^{2\alpha}\left(-\partial_r\alpha\left(\alpha' + 2\lambda'\right) - \partial_r\lambda' + \partial_r\alpha' - \left(\frac{3}{r} - 3\partial_r\lambda\right)\lambda'\right) = 0, \tag{5}$$

$$\alpha'' + \alpha'^2 + \lambda'^2 = e^{-4\lambda}\left(-4\partial_r\alpha\partial_r\lambda + \partial_r\alpha^2 + \frac{2\partial_r\alpha}{r} + \partial_{r,\,r}\alpha + \frac{7}{3}\partial_r\lambda^2 - \right.$$
$$\left. - \frac{10\partial_r\lambda}{3r} - \frac{2}{3}\partial_{r,\,r}\lambda + \frac{1}{3r^2}\left(1 - e^{6\lambda}\right)\right) + \frac{e^{2\alpha}}{M_p^2}(3p - \rho), \tag{6}$$

$$\lambda'' + 2\alpha'\lambda' = \frac{2}{3}e^{-4\lambda}\left(-\partial_r\alpha\partial_r\lambda - \partial_r\alpha^2 + \partial_{r,r}\alpha + \partial_r\lambda^2 - \frac{1}{2}\partial_{r,\,r}\lambda - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{r}\partial_r\alpha - \frac{1}{r}\partial_r\lambda + \frac{1}{2r^2}\left(e^{6\lambda} - 1\right)\right), \tag{7}$$

где дифференцирование по η обозначается штрихом. Уравнение (4) является гамильтоновой связью, которая выполняется с точностью до константы. В остальном, в рамках ОТО, получились бы такие же уравнения. Уравнение (5) возникает из требования равенства нулю импульсных связей. Выражения (6), (7) представляют собой уравнения движения.

Дифференцируя связи по времени η, получим уравнения

$$\mathcal{H}' = \frac{1}{3r^2}\partial_r\left(e^{-4\lambda}r^2\mathcal{P}\right), \tag{8}$$

$$\mathcal{P}' = \partial_r\mathcal{H}, \tag{9}$$

которые удовлетворяются при выполнении уравнений движения (6), (7), а также следующих уравнений для плотности энергии и давления материи:

$$\rho' + 3\left(p + \rho\right)\alpha' = 0,\ \ \partial_r p + \left(p + \rho\right)\partial_r\alpha = 0. \tag{10}$$

В ОТО уравнения (10) возникают из тождеств Бианки, приводящих к условию $D^{\mu}T_{\mu\nu} = 0$. В данном случае уравнения (10) возникают из требования сохранения связей во времени (8), (9). Как можно заметить, уравнения (8), (9) удовлетворяются не только, если $\mathcal{H} = 0$, $\mathcal{P} = 0$, как в ОТО, но и при более слабом условии $\mathcal{H} = \text{const}$, $\mathcal{P} = 0$, что было отражено в формуле (4). Константа в уравнении (4) необходима, чтобы компенсировать основную часть вакуумной энергии, после чего уравнения приобретают такой же вид, как в ОТО. Таким образом, после компенсации вакуумной энергии константой мы оказываемся в рамках ОТО, но в определенной (конформно-унимодулярной) калибровке (3).

Найдем решение Щварцшильда в данной калибровке, полагая временные производные, а также давление и плотность равными нулю в уравнениях (4)–(7). Выражая производные $\partial_{r,\,r}\lambda$, $\partial_{r,\,r}\alpha$ из уравнений (6), (7) и подставляя их в уравнение (4) при const = 0, находим

$$-3r^2\left(\frac{d\alpha}{dr}\right)^2 + 4r\frac{d\alpha}{dr}\left(r\frac{d\lambda}{dr} - 1\right) - \left(r\frac{d\lambda}{dr} - 1\right)^2 + e^{6\lambda} = 0. \tag{11}$$

Чтобы найти решение уравнений (6), (7), (11), сделаем следующую подстановку:

$$\lambda = \alpha + \ln\left(\frac{\left(1 - e^{2\alpha}\right)r}{r_g}\right), \tag{12}$$

где введен радиус Шварцшильда, чтобы сделать выражение под логарифмом безразмерным.

В результате уравнение (11) принимает вид

$$r^4e^{4\alpha}\left(e^{2\alpha} - 1\right)^8 - 4\left(\frac{d\alpha}{dr}\right)^2 r_g^6 = 0 \tag{13}$$

и имеет следующее решение:

$$\alpha(r) = \ln\left(f^{(-1)}\left(\frac{r^3 - r_0^3}{6r_g^3}\right)\right), \tag{14}$$

где $f^{(-1)}$ – функция, обратная

$$f(a) = 2\ln\left(\frac{a^2}{1-a^2}\right) + \frac{30a^4 - 12a^6 - 22a^2 + 3}{6a^2\left(a^2-1\right)^3}, \tag{15}$$

и r_0 – константа интегрирования. Функция $f(a)$, график которой приведен на рис. 1, является взаимно однозначной функцией, отображающей отрезок $(0, 1)$ в $\mathbb{R}$. Используя (14), (15) и формулу для дифференцирования обратной функции, можно вычислить

$$\frac{d\alpha}{dr} = \frac{r^2}{2r_g^3 f^{(-1)}(y) f'\left(f^{(-1)}(y)\right)} = \frac{r^2 f^{(-1)}(y)^2\left(f^{(-1)}(y)^2 - 1\right)^4}{2r_g^3} = \frac{8e^{6\alpha}r^2\mathrm{sh}^4\alpha}{r_g^3},$$

где $y = \dfrac{r^3 - r_0^3}{6r_g^3}$. Вычисляя таким же образом

$$\frac{d\lambda}{dr} = \frac{8e^{6\alpha}r^2\mathrm{sh}^4\alpha(\mathrm{ch}\alpha + 2)}{r_g^3} + \frac{1}{r},$$

$$\frac{d^2\alpha}{dr^2} = \frac{16}{r_g^6}e^{6\alpha}r\mathrm{sh}^4\alpha\left(8e^{6\alpha}r^3\mathrm{sh}^3\alpha(3\mathrm{sh}\alpha + 2\mathrm{ch}\alpha) + r_g^3\right),$$

$$\frac{d^2\lambda}{dr^2} = \frac{64e^{12\alpha}r^4\mathrm{sh}^6\alpha\left(7\mathrm{sh}(2\alpha) + 8\mathrm{ch}(2\alpha) - 5\right)}{r_g^6} - \frac{1}{r^2} + \frac{16e^{6\alpha}r\mathrm{sh}^4\alpha(\mathrm{cth}\alpha + 2)}{r_g^3},$$

подстановкой находим, что уравнения (4)–(7) удовлетворяются при $p = \rho = 0$, const = 0. Таким образом, уравнения (12), (14), (15) являются точным статическим сферически-симметричным решением уравнений Эйнштейна в пустоте (с физической точки зрения полагается, что константа в уравнении (3) компенсировала вакуумную энергию квантовых полей). Как видно из рис. 2, *а*, функция α несингулярна при $r = 0$, в то время как функция λ, описывающая отклонение конформной геометрии от шварцшильдовской, является сингулярной.

Сравним решение (12), (14) с каноническим решением Шварцшильда, которое имеет вид [28]

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_g}{R}\right)dt^2 - \left(1 - \frac{r_g}{R}\right)^{-1}dR^2 - R^2\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2\right). \tag{16}$$

Для этого перепишем сначала интервал (3) в сферических координатах:

$$ds^2 = e^{2\alpha}\left(d\eta^2 - dr^2e^{4\lambda} - e^{-2\lambda}r^2\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2\right)\right). \tag{17}$$

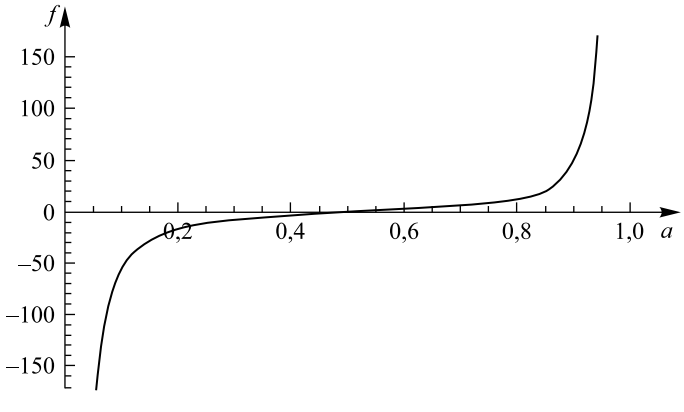

Рис. 1. График функции $f(a)$, определяемой уравнением (15)
Fig. 1. Plot of the function defined by equation (15)

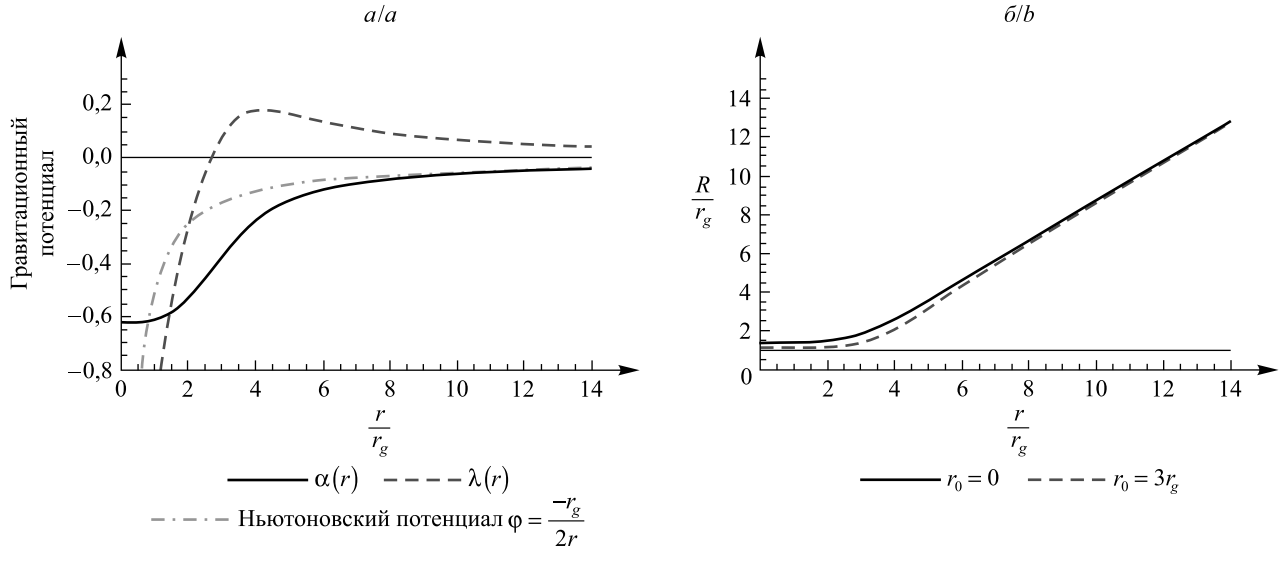

Рис. 2. Гравитационные потенциалы, описывающие метрику (3) (*а*). График координатного преобразования $R(r)$, приводящего интервал (3), (17) к канонической шварцшильдовской форме (16) для разных значений константы интегрирования r_0 в выражении (14) (*б*). Уровень $R = r_g$ отмечен горизонтальной линией

Fig. 2. Gravitational potentials describing the metric (3) (*a*). Plot of the coordinate transformation $R(r)$, mapping the metric (3), (17) to the canonical Schwarzschild form (16) for the different integration constant values r_0 in the expression (14) (*b*). The level of $R = r_g$ is marked by the horizontal line

Поскольку (16), (17) являются решениями уравнений Эйнштейна, то они должны быть связаны преобразованием координат $t = \eta$, $R = R(r)$, что дает еще один способ вывести уравнения (12), (13). Действительно, приравнивая в интервалах (16), (17) коэффициенты при $dt^2 = d\eta^2$, $d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2$, а также радиальные слагаемые, получим уравнения

$$1 - \frac{r_g}{R} = e^{2\alpha}, \tag{18}$$

$$R^2 = r^2 e^{-2\lambda + 2\alpha}, \tag{19}$$

$$\left(1 - \frac{r_g}{R}\right)^{-1} \left(\frac{dR}{dr}\right)^2 = e^{4\lambda + 2\alpha}. \tag{20}$$

Уравнения (19), (20) приводят к выражениям (18) и $R(r) = r_g\left(1 - e^{2\alpha}\right)^{-1}$, подстановка которых в (20) дает (13). Как видно из рис. 2, *б*, решение (12), (14) описывает только часть внешней (r_g^+) области решения Шварцшильда, поскольку $\lim_{r \to 0} R(r) \gtrsim r_g$. Данный факт можно проиллюстрировать следующим образом: пусть имеется пространство со «шварцшильдовскими ЧД», тогда преобразованием координат, которое в окрестности каждой дыры имеет вид $r(R)^+$, можно «стянуть» дыры в узлы $r = 0$ и считать, что в узлах находятся точечные массы (рис. 3). Получившееся пространство-время представляет собой единую причинно-связную область.

В принципе, используя дельта-функцию Дирака и записав плотность энергии в уравнении (4) в виде $\rho(\mathbf{r}) = e^{-3\alpha}\delta^{(3)}(\mathbf{r})$ [26], можно было бы рассматривать решение (12), (14), (15) как соответствующее δ-источнику, однако такое рассмотрение является формальным, поскольку уравнения гравитации нелинейны, а произведение обобщенных функций не определено [29], что приводит к необходимости доопределять дельта-функцию Дирака так, чтобы обойти данную трудность [30]. Требуется рассмотрение конкретной «модели» дельта-функции, например в виде объекта с однородной плотностью, которая стремится к бесконечности при стремлении к нулю области, занимаемой материей.

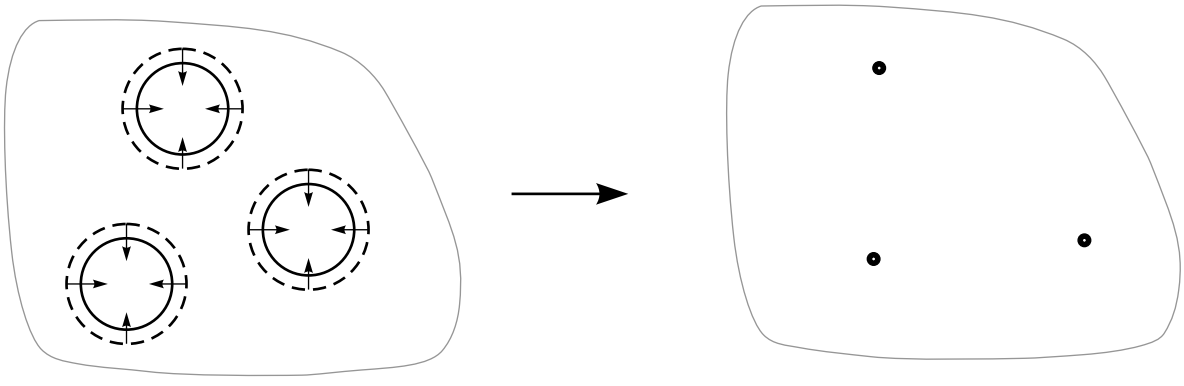

Рис. 3. «Стягивание» дыр радиуса Шварцшильда в узлы с находящимися в них точечными массами

Fig. 3. «Shrinking» of the BHs of Schwarzschild horizon radius into the nodes with point masses

Неточечные объекты постоянной плотности

Однородный компактный объект в метрике типа Шварцшильда. Хотя несжимаемой жидкости, по-видимому, не существует в природе, приближение постоянной плотности [31] позволяет в общих чертах описать структуру компактных физических объектов.

Известное уравнение Толмана – Оппенгеймера – Волкова (ТОВ) [4], определяющее максимальный предел массы устойчивости нейтронной звезды, в стандартной метрике шварцшильдовского типа

$$ds^2 = B(R)dt^2 - A(R)dR^2 - R^2 d\Omega \tag{21}$$

выглядит следующим образом:

$$p'(R) = -\frac{3}{4\pi M_p^2 R^2}\mathcal{M}(R)\rho(R)\left(\frac{1+4\pi R^3 p(R)}{\mathcal{M}(R)}\right)\left(1+\frac{p(R)}{\rho(R)}\right)\left(1-\frac{3\mathcal{M}(R)}{2\pi M_p^2 R}\right)^{-1}, \tag{22}$$

где функция $\mathcal{M}(R) = 4\pi\int\limits_0^R \rho(R')R'^2 dR'$.

Для несжимаемого вещества постоянной плотности $\mathcal{M}(R) = \frac{4\pi}{3}\rho R^3$ решение уравнения (22) принимает вид

$$p(R) = \rho\frac{\sqrt{M_p^2 - 2\rho R^2} - \sqrt{M_p^2 - 2\rho R_f^2}}{3\sqrt{M_p^2 - 2\rho R_f^2} - \sqrt{M_p^2 - 2\rho R^2}}, \tag{23}$$

где R_f – радиус объекта. Как видно из формулы (23), давление обращается в бесконечность при $R = \sqrt{\frac{4M_p^2}{\rho} - 9R_f^2}$, что указывает на существование некоторого предельного размера объекта. Условие конечности давления дает $\frac{4M_p^2}{\rho} < 9R_f^2$, т. е. размер объекта должен быть $R_f > \frac{9}{8}r_g$, где $r_g = \frac{3m}{2\pi M_p^2}$, $m = \mathcal{M}(R_f) = \frac{4\pi\rho R_f^3}{3}$.

Двухкомпонентный неоднородный компактный объект в метрике типа Шварцшильда. Рассмотрим теперь более сложный модельный астрофизический объект, состоящий из двух несмешивающихся несжимаемых жидкостей с плотностями ρ_1 и ρ_2. Физическим прототипом для такого объекта может служить простейшая модель нейтронной звезды с неоднородной внутренней структурой [32].

Функция $\mathcal{M}(R)$ записывается как

$$\mathcal{M}(R) = \frac{4\pi}{3}\begin{cases}\rho_1 R^3, \ R < R_i, \\ \rho_2\left(R^3 - R_i^3\right) + \rho_1 R_i^3, \ R_i < R < R_f, \\ \rho_2\left(R_f^3 - R_i^3\right) + \rho_1 R_i^3, \ R > R_f.\end{cases} \tag{24}$$

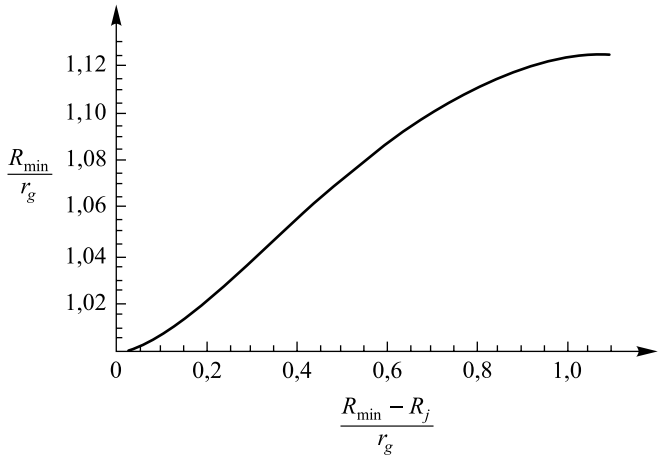

Рис. 4. Минимально возможный внешний радиус $R_f = R_{\min}$ полого компактного объекта в метрике типа Шварцшильда (21) в зависимости от толщины оболочки

Fig. 4. Minimally possible outer radius $R_f = R_{\min}$ in dependence on the thickness of a shell in the Schwarzschild metric (21)

В предельном случае, когда плотность ρ_1 близка к нулю, а $\rho_2 = \rho$, функция (24) принимает вид

$$\mathcal{M}(R) = \frac{4\pi\rho}{3}\begin{cases} 0,\ R < R_i, \\ R^3 - R_i^3,\ R_i < R < R_f, \\ R_f^3 - R_i^3,\ R > R_f. \end{cases}$$

Аналитическое решение для давления является громоздким, однако расчет показывает, что для такого объекта получаются более мягкие условия для конечности давления, в частности, как видно на рис. 4, для достаточно тонкой оболочки существует минимально возможное $R_f \approx r_g$.

Компактный объект в конформно-унимодулярной метрике

Объект звездного класса. Современные наблюдения сверхкомпактных объектов, относящихся к классу ЧД и, по-видимому, образовавшихся в результате коллапса массивных звезд, дают максимальную оценку их масс порядка $m \approx 15$–$36 m_\odot$ [33; 34]. Рассмотрим подобные объекты постоянной плотности в метрике (21), которая связана координатным преобразованием $R(r) = \exp(\alpha(r) - \lambda(r))$ с метрикой (12). Зададим конечное значение r_f, за которым начинается пустое пространство без материи. Оно соответствует значению $R_f = R(r_f)$ в метрике (17). Ввиду отсутствия горизонта в данном классе метрик r_f может быть меньше r_g (см. рис. 2, *б*). Функции в области, занятой материей, определяются уравнениями (4)–(7), а начальные условия при $r = r_f$ – сшиванием с решением Шварцшильда (12), (14).

Численно проинтегрировав уравнения (4)–(7), включая область, занятую материей, можно определить гравитационные потенциалы и давление. Масса объекта записывается как

$$m = \frac{4\pi}{3}\rho\left(R_f^3 - R_i^3\right) = 4\pi\rho\int_0^{r_f} e^{3\alpha - 3\lambda}\left(r\frac{d\alpha}{dr} - r\frac{d\lambda}{dr} + 1\right)r^2 dr \tag{25}$$

и определяет радиус Шварцшильда $r_g = \frac{3}{2\pi}\frac{m}{M_p^2}$, который фигурирует в формулах (12), (14).

Рассмотрим сначала в метрике (3), (17) компактные объекты, в которых источник занимает область меньше или порядка радиуса Шварцшильда (рис. 5, *а*, *б*). Как это и можно было предполагать, потенциал α, являвшийся конечным в случае точечного источника, остается конечным. Потенциал λ, который обращался в бесконечность в точке нахождения точечного источника, становится конечным при равномерном распределении массы внутри шарообразного источника.

Внутренняя структура объекта в метрике (21) определяется параметрами R_f и R_i, которым в метрике (17) соответствуют шар с радиусом r_f и параметр r_0 во внешнем решении Шварцшильда. Таким образом, становится понятным смысл дополнительного параметра r_0 в решении Шварцшильда (14): он определяет

внутреннюю структуру объекта. В данном случае частичная информация о структуре псевдоЧД содержится во внешнем решении Шварцшильда в виде параметра r_0, что неудивительно, поскольку рассматриваемый объект, по сути, не является ЧД.

Разумеется, давление $P(R),\ R \in \{R_i,\ R_f\}$, полученное из решения уравнения ТОВ, совпадает, как показано на рис. 6, с давлением, найденным из решения уравнений (6), (7), (10) и заданным параметрическим образом $p(r),\ R(r),\ r \in \{0,\ r_f\}$.

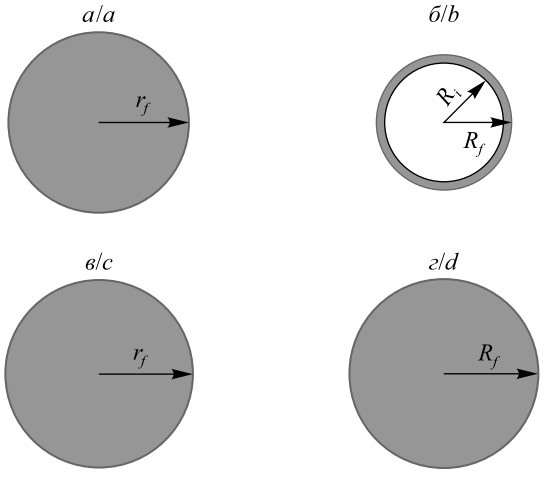

Рис. 5. Компактный объект постоянной плотности $\rho_0 = 0{,}43 M_p^2 r_g^{-2}$, представляющий собой сплошной шар радиусом $r_f = 2r_g$ в метрике ПВТ (17) (*а*), в метрике типа Шварцшильда (21) выглядит как слой несжимаемой жидкости радиусом $R_f = R(r_f) = 1{,}52 r_g$ вокруг непроницаемой оболочки $R_i = R(0) = 1{,}34 r_g$ (*б*). Модельный астрофизический объект малой плотности $\rho_0 = 5{,}011\,7 \cdot 10^{-10} M_p^2 r_g^{-2}$ представляет собой сплошной шар радиусом $R_f \approx r_f = 1000 r_g$ в обеих метриках (17) и (21) (*в*, *г*). Параметр r_0 во внешнем решении Шварцшильда (14) взят равным $r_0 = -96{,}75$

Fig. 5. A compact object with constant density $\rho_0 = 0.43 M_p^2 r_g^{-2}$ of uncompressible fluid with the radius $r_f = 2r_g$ in the conformally-unimodular metric (17) (*a*), looks as a shell with the boundaries $R_i = R(0) = 1.34 r_g,\ R_f = R(r_f) = 1.52 r_g$ in the Schwarzschild type metric (21) (*b*). Model low density object $\rho_0 = 5.011\,7 \cdot 10^{-10} M_p^2 r_g^{-2}$ looks as a solid ball $R_f \approx r_f = 1000 r_g$ in the both metrics (17) and (21) (*c*, *d*), if parameter r_0 in (14) is taken to be equal to $r_0 = -96.75$

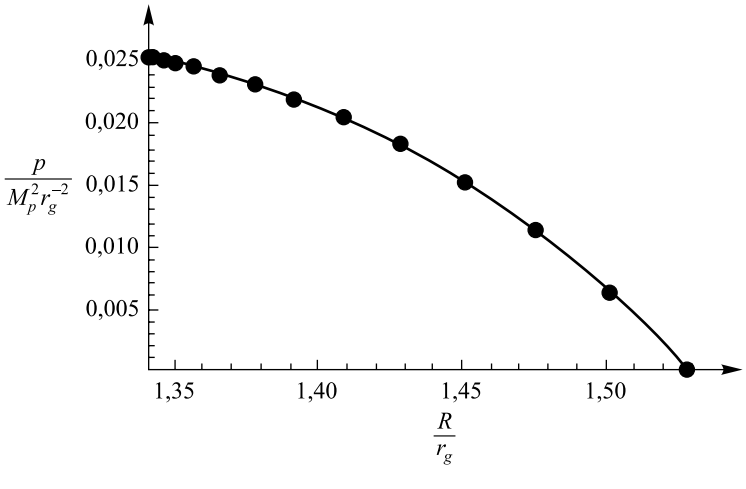

Рис. 6. Давление, полученное решением уравнения ТОВ (точки) и решением уравнений (4)–(7) (сплошная кривая). Численные значения параметров указаны в подписи к рис. 5, *а*, *б*

Fig. 6. The pressure obtained by solving the TOV equation (points) and the equations (4)–(7) (solid curve). The values of parameters is shown in fig. 5, *a*, *b*

Сверхмассивный объект. Как известно, современные наблюдательные данные подтверждают существование сверхмассивных компактных объектов в ядрах галактик, масса которых оценивается как $m \simeq 6{,}5 \cdot 10^9 m_\odot$ [6]. Если предполагать, что существует некоторая максимальная плотность $\rho_{\max} \simeq M_p^4$, то численное значение в единицах $M_p^2 r_g^{-2}$ будет $\rho_0 = \rho_{\max} = 3{,}4 \cdot 10^{95} M_p^2 r_g^{-2}$. В этом случае в конформно-унимодулярной метрике размер объекта оказывается весьма мал, и, как показывают расчеты, потенциалы λ и α внутри приближенно можно аппроксимировать выражениями (12), (14) для пустого пространства (т. е. граничные условия влияют сильнее, чем «структура» объекта). Более того, при малых $\frac{r}{r_g}$

$$\alpha(r) \approx \ln\left(a_0(r_0) + \frac{r^3 - r_0^3}{6 r_g^3 k(r_0)} \right), \tag{26}$$

поскольку a стремится к константе при $r \to 0$. Параметры $a_0(r_0)$ и $k(r_0)$ являются функциями от r_0. Выражение (26) получается из разложения функции $f(a)$ в ряд Тейлора в точке a_0 с удержанием двух первых слагаемых, после чего нахождение обратной функции становится элементарным. Значение a_0 является корнем уравнения $f(a) + \frac{r_0^3}{6 r_g^3} = 0$, а k определяется производной $k = f'(a_0)$. Далее для примера будем рассматривать $r_0 = 0$, когда $a_0 \approx 0{,}54$ и $k = f'(a_0) = 25{,}2$.

Вычисление массы с помощью (25) дает

$$m \approx \frac{4\pi}{3} \rho_0 \frac{a_0}{k\left(1 - a_0^2\right)^4} r_f^3,$$

что позволяет определить размер объекта в конформно-унимодулярной метрике $r_f \approx 2{,}6 \cdot 10^{-32} r_g = 1{,}5 \cdot 10^{16} M_p^{-1}$. Радиус поверхности в метрике Шварцшильда можно оценить из (18), (26):

$$R(r) \approx \frac{r_g}{1 - \left(a_0 + \frac{r^3}{6 r_g^3 k} \right)^2},$$

что приводит к $R_i = R(0) \approx 1{,}4 r_g$ (как уже говорилось, можно было бы получить более близкий к радиусу Шварцшильда радиус, если взять другое значение параметра r_0). Толщина поверхности $\Delta R = R_f - R_i \approx \left| \frac{dR(r)}{dr} \right|_{r \to r_f} \approx 7{,}5 \cdot 10^{-97} r_g \approx 4{,}3 \cdot 10^{-49} M_p^{-1}$. Столь малая толщина поверхности ΔR связана с тем, что площадь ее велика. Из второго уравнения в (10) и (26) можно оценить максимальное давление, задавая граничное условие $p(r_f) = 0$:

$$p(r) \approx \rho_0 \frac{r_f^3 - r^3}{r^3 + 6 a_0 k r_g^3}.$$

Максимальное давление $p \approx 0{,}07 M_p^2 r_g^{-2}$, т. е. намного меньше, чем плотность ρ_0, что объясняется малым градиентом потенциала $\alpha(r)$ (26) внутри эйхеона или с точки зрения уравнения ТОВ крайне малой толщиной поверхности ΔR.

Объекты малой плотности. Рассмотрим объекты малой плотности (см. рис. 5, *в*, *г*), представляющие собой сплошной шар в метрике типа Шварцшильда (21) (напомним, что, например, радиус Солнца $R_f \approx 236\,000 r_g$). Хотя они не имеют какого-либо отношения к компактным объектам, но могут быть рассмотрены для полноты картины. Оказывается, что и в этом случае значение параметра r_0 во внешней метрике (14) фиксируется требованием $r = 0$ при $R = 0$. Как видно из рис. 7, для неплотного объекта радиусом $r_f = 1000 r_g$ условие $R = 0$ при $r = 0$ выполняется, только если $r_0 = -96{,}75$. При этом значения $R(r)$ практически совпадают с r. Таким образом, можно заключить, что объекты малой плотности также могут быть непротиворечиво описаны в конформно-унимодулярной метрике и тем самым в рамках ПВТ.

В данном контексте интересно представить себе объект малой плотности с пустой сердцевиной, окруженной твердой оболочкой. Например, это может быть тонкая полая сфера, окруженная слоем несжимаемой жидкости. Такой объект также можно описать в метрике ПВТ, при этом координата r будет пробегать значения от нуля до r_f, но параметр r_0 должен иметь достаточно малое отрицательное значение, так чтобы в шварцшильдовских координатах возникла полость.

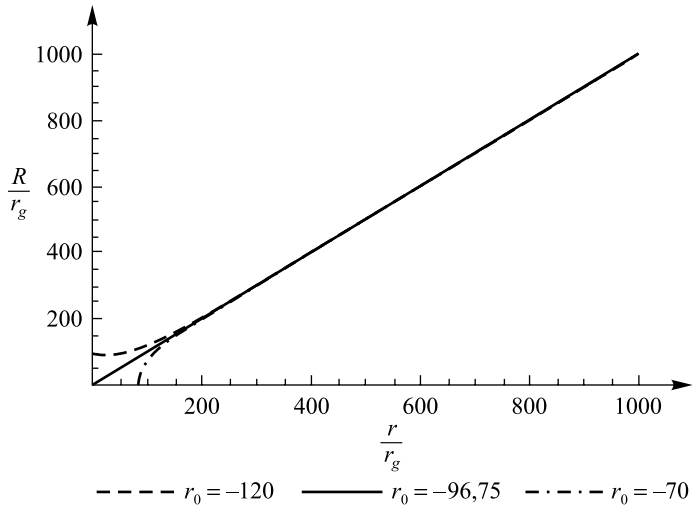

Рис. 7. Зависимость $R(r)$ для разных значений параметра r_0 во внешней метрике. Плотность $\rho_0 \approx 5 \cdot 10^{-10} M_p^2 r_g^{-2}$, радиус $R_f \approx r_f = 1000 r_g$

Fig. 7. Dependence of $R(r)$ for a ball of $R_f \approx r_f = 1000 r_g$ filled with the «friable» matter, at different values of the parameter r_0 in the external metric. Density of matter is $\rho_0 \approx 5 \cdot 10^{-10} M_p^2 r_g^{-2}$

Разница с компактными плотными объектами состоит в том, что в метрике типа Шварцшильда для описанного выше неплотного объекта можно устранить твердую сферу (и тем самым полость), взяв несколько большее значение r_0 в метрике (17), в то время как для плотного объекта полость в метрике Шварцшильда не может быть устранена никаким значением r_0.

Объекты с уравнением состояния типа пыли

Рассмотрим радиальное движение пробной частицы в метрике (17), записав уравнение геодезических

$$\begin{gathered} \ddot{\eta} + 2\dot{r}\dot{\eta}\partial_r \alpha = 0, \\ \ddot{r} + e^{-4\lambda}\dot{\eta}^2 \partial_r \alpha + \dot{r}^2 \left(\partial_r \alpha + 2\partial_r \lambda\right) = 0. \end{gathered} \tag{27}$$

В окрестности точки $r = 0$, где

$$\alpha \approx \text{const}, \ \lambda = \alpha + \ln\left(\left(1 - e^{2\alpha}\right)\frac{r}{r_g}\right) \approx \text{const} + \ln r,$$

радиальные геодезические удовлетворяют уравнениям

$$\ddot{\eta} = 0, \ \ddot{r} + \frac{2\dot{r}^2}{r} = 0. \tag{28}$$

Точкой в (27), (28) обозначена производная по собственному времени s. Решение уравнений (28) имеет вид

$$r(\eta) = r_{in}^{2/3}\left(r_{in} - 3v\left(\eta - \eta_{in}\right)\right)^{1/3}$$

и показывает, что пробная частица, первоначально находящаяся в точке r_{in} в момент $\eta = \eta_{in}$ и имеющая скорость v, направленную к центру, достигает точки $r = 0$ за конечное время.

Качественно образование объектов с уравнением состояния типа пыли, т. е. обладающих очень малым давлением, можно представить как радиальное падение частиц пыли в поле эйхеона, в результате которого они накапливаются в области $r \sim r_g$. В этом смысле в конформно-унимодулярной метрике эйхеон подобен ловушке. Данная картина очень похожа на рассмотренную в работах [10; 34].

С другой стороны, в метрике типа Шварцшильда данная область находится вне радиуса Шварцшильда r_g и представляет собой очень тонкий слой вокруг непроницаемой оболочки, толщина которого определяется давлением (если предполагать, что некоторое малое давление все-таки присутствует). Эта картина напоминает твердую поверхность, возникающую из-за ненулевой массы гравитона и обсуждавшуюся в работах [9; 17; 35].

Заключение

Выбор конформно-унимодулярной метрики был основан прежде всего на необходимости избежать проблемы вакуумной энергии. Если исходить из требования, чтобы основная часть вакуумной энергии $\rho_{vac} \sim M_p^4$ нулевых колебаний не влияла на кривизну пространства-времени, то в результате нарушения калибровочной инвариантности оказывается необходимым ограничить класс метрик в ОТО. Это приводит к отсутствию ЧД и появлению вместо них так называемых эйхеонов – компактных объектов, возникающих из-за нарушения калибровочной инвариантности и по своим свойствам подобных ЧД как звездного, так и сверхмассивного класса. Все реальные астрофизические объекты в данном классе метрик выглядят как сплошные тела разного размера без какой-либо ловушечной сингулярной поверхности (горизонта). Если такие компактные объекты $r_f \leq r_g$ рассматривать в метрике типа Шварцшильда, то реальная материя распределена в них поверх непроницаемой сферической оболочки радиусом больше радиуса Шварцшильда ($R_i > r_g$).

Библиографические ссылки

1. Новиков ИД, Фролов ВП. Черные дыры во Вселенной. *Успехи физических наук.* 2001;171(3):307–324. DOI: 10.3367/UFNr.0171.200103e.0307.

2. Чандрасекар С. *Математическая теория черных дыр. Часть 1.* Москва: Мир; 1986. 632 с.

3. Tolman RC. Static solutions of einstein's field equations for spheres of fluid. *Physical Review.* 1939;55:1939. p. 364–373. DOI: 10.1103/PhysRev.55.364.

4. Oppenheimer JR, Volkoff GM. On massive neutron cores. *Physical Review*. 1939;55(4):374–381. DOI: 10.1103/PhysRev.55.374.

5. Abbott BP, Abbott R, Abbott TD, Abernathy MR, Acernese F, Ackley K, et al. Observation of gravitational waves from a binary black hole merger. *Physical Review Letters*. 2016;116(6):061102. DOI: 10.1103/PhysRevLett.116.061102.

6. Akiyama K, Alberdi A, Alef W, Asada K, Azulay R, Baczko A-K, et al. First M87 event horizon telescope relults. I. The shadow of the supermassive black hole. *The Astrophysical Journal Letters.* 2019;875(1):1–17. DOI: 10.3847/2041-8213/ab0ec7.

7. Einstein A. On a stationary system with spherical symmetry consisting of many gravitating masses. *Annals of Mathematics. Second Series.* 1939;40(4):922–936. DOI: 10.2307/1968902.

8. Popławski NJ. Nonsingular Dirac particles in spacetime with torsion. *Physics Letters B.* 2010;690(1):73–77. DOI: 10.1016/j.physletb.2010.04.073.

9. Логунов АА. *Релятивистская теория гравитации.* Москва: Наука; 2006. 253 с.

10. Chamseddine AH, Mukhanov V. Nonsingular black hole. *The European Physical Journal C.* 2017;77(3):183. DOI: 10.1140/epjc/s10052-017-4759-z.

11. Perez A. Black holes in loop quantum gravity. *Reports on Progress in Physics.* 2017;80(12):126901. DOI: 10.1088/1361-6633/aa7e14.

12. Penrose R. The question of cosmic censorship. *Journal of Astrophysics and Astronomy.* 1999;20:233–248. DOI: 10.1007/BF02702355.

13. Kovács Z, Cheng KS, Harko T. Can stellar mass black holes be quark stars? *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society.* 2009;400(3):1632–1642. DOI: 10.1111/j.1365-2966.2009.15571.x.

14. Киселев ВВ, Логунов АА, Мествиришвили МА. О физической противоречивости решений Шварцшильда и Керра. *ТМФ.* 2010;164(1):172–176. DOI: 10.4213/tmf6531.

15. Герштейн СС, Логунов АА, Мествиришвили МА. Невозможность гравитационного коллапса в релятивистской теории гравитации. *ТМФ.* 2009;161(2):295–304. DOI: 10.4213/tmf6440.

16. Выблый ЮП. О центрально-симметричных решениях уравнений гравитационного поля в РТГ. *ТМФ.* 1991;88(1):135–140.

17. Kalashnikov VL. Issue of the spherically symmetric static vacuum metric in the relativistic theory of gravity. *Central European Journal of Physics.* 2008;6:80–83. DOI: 10.2478/s11534-008-0017-1.

18. t'Hooft G. On the quantum structure of a black hole. *Nuclear Physics B.* 1985;256:727–745. DOI: 10.1016/0550-3213(85)90418-3.

19. Bousso R. The holographic principle. *Reviews of Modern Physics.* 2002;74(3):825–874. DOI: 10.1103/RevModPhys.74.825.

20. Aste A, Trautmann D. Radial fall of a test particle onto an evaporating black hole. *Canadian Journal of Physics.* 2005;83:1001–1006. DOI: 10.1139/p05-058.

21. Susskind L, Lindesay J. *Black holes, information and the string theory revolution.* New York: World Scientific; 2005. 183 p.

22. Блохинцев ДИ. *Избранные труды. Том 2.* Москва: Физматлит; 2009. 742 с.

23. Weinberg S. The cosmological constant problem. *Reviews of Modern Physics.* 1989;61(1):1–23. DOI: 10.1103/RevModPhys.61.1.

24. Блинников СИ, Долгов АД. Космологическое ускорение. *Успехи физических наук*. 2019;189:561–602. DOI: 10.3367/UFNr.2018.10.038469.

25. Haridasu BS, Cherkas SL, Kalashnikov VL. A reference level of the Universe vacuum energy density and the astrophysical data. *Fortschritte der Physik.* 2020;68(7):2000047. DOI: 10.1002/prop.202000047.

26. Черкас СЛ, Калашников ВЛ. К теории гравитации с произвольным уровнем отсчета плотности энергии. *Весці Нацыянальнай акадэміі навук Беларусі. Серыя фізіка-матэматычных навук.* 2019;55(1):83–96. DOI: 10.29235/1561-2430-2019-55-1-83-96.

27. Arnowitt R, Deser S, Misner CW. The Dynamics of General Relativity. In: Witten L, editor. *Gravitation: an introduction to current research.* New York: Wiley; 1962. p. 227–265. arXiv: gr-qc/0405109 [Preprint]. 1962 [cited 2020 February 12]: [30 p.]. Available from: https://arxiv.org/abs/gr-qc/0405109.

28. Ландау ЛД, Лифшиц ЕМ. *Теория поля.* Москва: Наука; 1988. 512 с.

29. Владимиров ВС. *Обобщенные функции в математической физике.* Москва: Мир; 1976. 280 с.

30. Katanaev MO. Point massive particle in General Relativity. *General Relativity and Gravitation.* 2013;45(10):1861–1875. DOI: 10.1007/s10714-013-1564-3.

31. Вейнберг С. *Гравитация и космология. Принципы и приложения общей теории относительности.* Дубовик ВМ, Тагиров ЭА, переводчики. Москва: Мир; 1975. 696 с.

32. Потехин АЮ. Физика нейтронных звезд. *Успехи физических наук*. 2010;180:1279–1304. DOI: 10.3367/UFNr.0180.201012c.1279.

33. Bulik T. Black holes go extragalactic. *Nature.* 2007;449(7164):799–801. DOI: 10.1038/449799a.

34. Miller MC, Yunes N. The new frontier of gravitational waves. *Nature.* 2019;568(7753):469–476. DOI: 10.1038/s41586-019-1129-z.

35. Kalashnikov VL. Perturbations of the spherically symmetric collapsar in the relativistic theory of gravitation: axial perturbations. I. arXiv: gr-qc/0405032 [Preprint]. 2004 [cited 2020 February 12]: [11 p.]. Available from: https://arxiv.org/abs/gr-qc/0405032.

References

1. Novikov ID, Frolov VP. [Black holes in the Universe]. Uspekhi fizicheskikh nauk. 2001;171(3):307–324. Russian. DOI: 10.3367/UFNr.0171.200103e.0307.

2. Chandrasekhar S. *The mathematical theory of black holes.* Volume 1. Oxford: Clarendon Press; 1983. 646 p. (International series of monographs on physics (Oxford, England); volume 69).

Russian edition: Chandrasekhar S. *Matematicheskaya teoriya chernykh dyr. Chast' 1*. Moscow: Mir; 1986. 632 p.

3. Tolman RC. Static solutions of einstein's field equations for spheres of fluid. *Physical Review.* 1939;55:1939. p. 364–373. DOI: 10.1103/PhysRev.55.364.

4. Oppenheimer JR, Volkoff GM. On massive neutron cores. *Physical Review*. 1939;55(4):374–381. DOI: 10.1103/PhysRev.55.374.

5. Abbott BP, Abbott R, Abbott TD, Abernathy MR, Acernese F, Ackley K, et al. Observation of gravitational waves from a binary black hole merger. *Physical Review Letters*. 2016;116(6):061102. DOI: 10.1103/PhysRevLett.116.061102.

6. Akiyama K, Alberdi A, Alef W, Asada K, Azulay R, Baczko A-K, et al. First M87 event horizon telescope relults. I. The shadow of the supermassive black hole. *The Astrophysical Journal Letters.* 2019;875(1):1–17. DOI: 10.3847/2041-8213/ab0ec7.

7. Einstein A. On a stationary system with spherical symmetry consisting of many gravitating masses. *Annals of Mathematics. Second Series.* 1939;40(4):922–936. DOI: 10.2307/1968902.

8. Popławski NJ. Nonsingular Dirac particles in spacetime with torsion. *Physics Letters B.* 2010;690(1):73–77. DOI: 10.1016/j.physletb.2010.04.073.

9. Logunov AA. *Relyativistskaya teoriya gravitatsii* [Relativistic theory of gravity]. Moscow: Nauka; 2006. 253 p. Russian.

10. Chamseddine AH, Mukhanov V. Nonsingular black hole. *The European Physical Journal C.* 2017;77(3):183. DOI: 10.1140/epjc/s10052-017-4759-z.

11. Perez A. Black holes in loop quantum gravity. *Reports on Progress in Physics.* 2017;80(12):126901. DOI: 10.1088/1361-6633/aa7e14.

12. Penrose R. The question of cosmic censorship. *Journal of Astrophysics and Astronomy.* 1999;20:233–248. DOI: 10.1007/BF02702355.

13. Kovács Z, Cheng KS, Harko T. Can stellar mass black holes be quark stars? *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society.* 2009;400(3):1632–1642. DOI: 10.1111/j.1365-2966.2009.15571.x.

14. Kiselev VV, Logunov AA, Mestvirishvili MA. [The physical inconsistency of the Schwarzschild and Kerr solutions]. *TMF.* 2010;164(1):172–176. Russian. DOI: 10.4213/tmf6531.

15. Gershtein SS, Logunov AA, Mestvirishvili MA. [Gravitational collapse is impossible in the relativistic theory of gravity]. *TMF.* 2009;161(2):295–304. Russian. DOI: 10.4213/tmf6440.

16. Vyblyi YP. [On centrally symmetric solutions of the gravitational field equations in the RTG]. *TMF.* 1991;88(1):135–140. Russian.

17. Kalashnikov VL. Issue of the spherically symmetric static vacuum metric in the relativistic theory of gravity. *Central European Journal of Physics.* 2008;6:80–83. DOI: 10.2478/s11534-008-0017-1.

18. t'Hooft G. On the quantum structure of a black hole. *Nuclear Physics B.* 1985;256:727–745. DOI: 10.1016/0550-3213(85)90418-3.

19. Bousso R. The holographic principle. *Reviews of Modern Physics.* 2002;74(3):825–874. DOI: 10.1103/RevModPhys.74.825.

20. Aste A, Trautmann D. Radial fall of a test particle onto an evaporating black hole. *Canadian Journal of Physics.* 2005;83:1001–1006. DOI: 10.1139/p05-058.

21. Susskind L, Lindesay J. *Black holes, information and the string theory revolution.* New York: World Scientific; 2005. 183 p.

22. Blokhintsev DI. *Izbrannye trudy* [Collected papers]. Volume 2. Moscow: Fizmatlit; 2009. 742 p. Russian.

23. Weinberg S. The cosmological constant problem. *Reviews of Modern Physics.* 1989;61(1):1–23. DOI: 10.1103/RevModPhys.61.1.

24. Blinnikov SI, Dolgov AD. [Cosmological acceleration]. *Uspekhi fizicheskikh nauk.* 2019;189:561–602. Russian. DOI: 10.3367/UFNr.2018.10.038469.

25. Haridasu BS, Cherkas SL, Kalashnikov VL. A reference level of the Universe vacuum energy density and the astrophysical data. *Fortschritte der Physik.* 2020;68(7):2000047. DOI: 10.1002/prop.202000047.

26. Cherkas SL, Kalashnikov VL. To the Theory of gravity with an arbitrary reference level of energy density. *Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series.* 2019;55(1):83–96. Russian. DOI: 10.29235/1561-2430-2019-55-1-83-96.

27. Arnowitt R, Deser S, Misner CW. The Dynamics of General Relativity. In: Witten L, editor. *Gravitation: an introduction to current research.* New York: Wiley; 1962. p. 227–265. arXiv: gr-qc/0405109 [Preprint]. 1962 [cited 2020 February 12]: [30 p.]. Available from: https://arxiv.org/abs/gr-qc/0405109.

28. Landau LD, Lifshitz EM. *The classical theory of fields.* 4th edition. Oxford: Butterworth-Heinemann; 1975. 402 p.

Russian edition: Landau LD, Lifshitz EM. *Teoriya polya.* Moscow: Nauka; 1988. 512 p.

29. Vladimirov VS. *Obobshchennye funktsii v matematicheskoi fizike* [Generalized functions in mathematical physics]. Moscow: Mir; 1976. 280 p. Russian.

30. Katanaev MO. Point massive particle in General Relativity. *General Relativity and Gravitation.* 2013;45(10):1861–1875. DOI: 10.1007/s10714-013-1564-3.

31. Weinberg S. *Gravitation and cosmology: principles and applications of the general theory of relativity*. New York: John Wiley & Sons; 1972. 657 p.

Russian edition: Weinberg S. *Gravitatsiya i kosmologiya. Printsipy i prilozheniya obshchei teorii otnositel'nosti*. Dubovik VM, Tagirov EA, translator. Moscow: Mir; 1975. 696 p.

32. Potekhin AY. The physics of neutron stars. *Uspekhi fizicheskikh nauk.* 2010;180:1279–1304. Russian. DOI: 10.3367/UFNr.0180.201012c.1279.

33. Bulik T. Black holes go extragalactic. *Nature.* 2007;449(7164):799–801. DOI: 10.1038/449799a.

34. Miller MC, Yunes N. The new frontier of gravitational waves. *Nature.* 2019;568(7753):469–476. DOI: 10.1038/s41586-019-1129-z.

35. Kalashnikov VL. Perturbations of the spherically symmetric collapsar in the relativistic theory of gravitation: axial perturbations. I. arXiv: gr-qc/0405032 [Preprint]. 2004 [cited 2020 February 12]: [11 p.]. Available from: https://arxiv.org/abs/gr-qc/0405032.

Статья поступила в редколлегию 09.04.2020.
Received by editorial board 09.04.2020.