

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА ИЗЛУЧЕНИЯ СИЛЬНОТОЧНЫХ ПУЧКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ПРОСТРАНСТВЕННО-ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ

С. Н. СЫТОВА¹⁾

¹⁾Институт ядерных проблем БГУ, ул. Бобруйская, 11, 220006, г. Минск, Беларусь

Рассмотрены физические процессы, лежащие в основе функционирования вакуумных электронных приборов, а именно нелинейные процессы излучения сильноточных пучков заряженных частиц при прохождении пространственно-периодических структур (резонаторов) и взаимодействии с электромагнитным полем. Проанализированы принципы работы ламп бегущей волны, ламп обратной волны, многоволновых черенковских генераторов, лазеров и мазеров на свободных электронах и др. Указанные приборы функционируют в широком диапазоне спектра (от микроволнового до рентгеновского), имеют высокие КПД, позволяют получать излучение большой мощности в узких спектральных областях. Повышение производительности и надежности таких устройств основано на совершенствовании сложных электромагнитных структур, составляющих резонаторы. Продемонстрировано разнообразие вакуумных электронных приборов при очевидной общности используемых в них физических принципов. Рассмотрена нелинейная хаотическая динамика их функционирования. Особое внимание уделено принципам работы объемных лазеров на свободных электронах, а также их отличию от других приборов.

Ключевые слова: нелинейная динамика; сильноточные электронные пучки; вакуумные электронные приборы; объемные лазеры на свободных электронах.

NONLINEAR DYNAMICS OF RADIATION OF HIGH-CURRENT BEAMS OF CHARGED PARTICLES IN SPATIALLY PERIODIC STRUCTURES

S. N. SYTOVA^a

^aInstitute for Nuclear Problems, Belarusian State University,
11 Babrujskaja Street, Minsk 220006, Belarus

Provided a review of physical processes underlying the functioning of vacuum electronic devices, namely, nonlinear processes of radiation of high-current beams of charged particles during their passage through spatially periodic structures (resonators) and their interaction with an electromagnetic field. Principles of functioning of travelling wave tubes, backward wave tubes, multi-wave Cherenkov generators, free electron lasers and free electron masers, volume free electron lasers are considered. These devices operate in a wide spectrum range from microwave to X-ray, have high efficiency, and allow obtaining high radiation powers in narrow spectral ranges. Increase the performance and reliability of electronic vacuum devices is based on improving the complex electromagnetic structures in resonators. The article demonstrates a variety of such devices with an obvious generality of physical principles used in them. Nonlinear chaotic dynamics of

Образец цитирования:

Сытова С.Н. Нелинейная динамика излучения сильноточных пучков заряженных частиц в пространственно-периодических структурах. *Журнал Белорусского государственного университета. Физика.* 2021;1:62–72.
<https://doi.org/10.33581/2520-2243-2021-1-62-72>

For citation:

Sytova SN. Nonlinear dynamics of radiation of high-current beams of charged particles in spatially periodic structures. *Journal of the Belarusian State University. Physics.* 2021;1:62–72. Russian.
<https://doi.org/10.33581/2520-2243-2021-1-62-72>

Автор:

Светлана Николаевна Сытова – кандидат физико-математических наук; заведующий лабораторией аналитических исследований.

Author:

Svetlana N. Sytova, PhD (physics and mathematics); head of the laboratory of analytical research.
sytova@inp.bsu.by
<https://orcid.org/0000-0002-2476-9979>

their functioning is considered. Particular attention is paid to consideration of principles of operation of volume free electron lasers as well as their difference from other devices.

Keywords: nonlinear dynamics; high-current beams of charged particles; vacuum electronic devices; volume free electron lasers.

Введение

Начиная с 1940-х гг. исследования в области нелинейных процессов излучения заряженных частиц при их прохождении пространственно-периодических структур (резонаторов) и взаимодействии там с электромагнитным полем ведутся в различных типах вакуумных электронных приборов (усилителей и генераторов), функционирующих в широком диапазоне спектра (от микроволнового до рентгеновского). Применение таких устройств в военных и коммерческих приложениях требует их надежной работы при высоких мощности, эффективности и низкой стоимости [1]. Производительность и надежность данных приборов в настоящее время обеспечиваются использованием сложных электромагнитных структур на основе новых материалов и передовых технологий.

Сегодня усилители и генераторы вакуумной электроники применяются не только в системах спутниковой связи, телерадиовещании, различных микроволновых устройствах нагрева для промышленного и бытового использования, но и при проведении научных исследований в ускорителях частиц высоких энергий, нагреве плазмы для управляемого термоядерного синтеза, а также в медицинских системах в качестве компактных ускорителей для ядерного магнитного резонанса и т. д. [1–5].

В данной статье продемонстрировано многообразие вакуумных электронных приборов при очевидной общности используемых в них физических принципов, рассмотрена сложная нелинейная динамика их функционирования. Теоретические и экспериментальные исследования каждого нового типа таких приборов имеют огромное значение для науки и практики.

Усилители и генераторы вакуумной электроники

Рассмотрим вакуумные электронные приборы, использующие в своей работе достаточно близкие физические принципы: лампы бегущей волны (ЛБВ) [6–8], лампы обратной волны (ЛОВ) – карсинотроны и карсинотроды [9–12], многоволновые черенковские генераторы (МВЧГ) [13], лазеры на свободных электронах (ЛСЭ) [14–20], гиротроны, оротроны и мазеры на свободных электронах (МСЭ) [21; 22], различные варианты черенковских и смит-парселловских ЛСЭ [23; 24], объемные лазеры на свободных электронах (ОЛСЭ) [25–29].

Функционирование данных приборов основано на излучении электронов, сгруппированных в сгустки и взаимодействующих в резонаторе (замедляющей системе) с медленными электромагнитными волнами.

Отличие ЛБВ от ЛОВ состоит в том, что в первом случае электроны пучка взаимодействуют с «прямой» электромагнитной волной, распространяющейся в направлении движения электронов, а во втором – с бегущей волной, распространяющейся в обратном по отношению к пучку направлении. Также существуют различные их комбинации, в которых формируются прямая и обратная электромагнитные волны. В качестве резонаторов в вакуумных электронных приборах, помимо различных пространственно-периодических структур типа спиралей, гребенок, штыревых и щелевых систем [5; 11], в настоящее время используются так называемые фотонные кристаллы [30; 31]. Фактически рассматриваемые в работах [5; 11] структуры обладают свойствами фотонных кристаллов [30].

Впервые термин «фотонный кристалл» введен в статье [32] для описания свойств фотонной зонной структуры гранцентрированной кубической решетки, используемой в полупроводниковых материалах. Главной особенностью фотонного кристалла является наличие высокого показателя преломления, а также тот факт, что структура должна быть объемной, т. е. не одномерной, а дву- или трехмерной [33].

В 1970-х гг. были созданы ЛСЭ [2; 14; 15], основной принцип работы которых также заключается в излучении электронов, движущихся, колеблющихся и излучающих под действием внешнего электромагнитного поля. Первые экспериментальные исследования ЛСЭ [16; 17] подтвердили эффективность использования релятивистского электронного пучка в качестве активной среды в сравнении с обычными лазерами со связанными атомными или молекулярными состояниями. ЛСЭ может генерировать перестраиваемое когерентное излучение высокой мощности в диапазонах от рентгеновского до миллиметрового [18–20]. Среди нескольких десятков современных экспериментальных установок отметим Европейский рентгеновский лазер на свободных электронах (*European XFEL*) [18], Новосибирский лазер на свободных электронах [19] и многие другие [20]. Всего в настоящее время в мире функционирует свыше 50 ЛСЭ и строится 20 новых установок [20].

В последнее десятилетие появилась разновидность ЛСЭ – фотонные ЛСЭ (англ. *photonic FEL – PFEL*), или лазеры на фотонных кристаллах [31], а также различные терагерцовые вакуумные электронные приборы с фотонными структурами и нанолазеры [34]. В нанолазерах решетка резонатора состоит из массивов металлических нанопроволочек, где под воздействием фемтосекундного излучения происходит генерация электронами пучка пикосекундных импульсов.

В большинстве указанных выше устройств применяются ленточные или кольцевые (трубчатые) электронные пучки, взаимодействующие только с поверхностью резонатора. Последнее, в частности, связано с тем, что во всех вариантах ЛОВ, ЛБВ, оротронах и других приборах, в которых излучение возбуждается вследствие пролета электронов над плоской периодической замедляющей системой, невозможно использование широкого по двум направлениям (не ленточного или трубчатого) электронного пучка. То есть во всех этих приборах пучок должен проходить на расстоянии d от замедляющей системы:

$$d \leq \frac{\lambda}{4\pi} \beta \gamma,$$

где λ – длина волны; $\beta = \frac{v}{c}$: (v – скорость пучка, c – скорость света); $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ – лоренц-фактор пучка.

Если величины β и γ будут порядка единицы, то $d \sim 0,1\lambda$. Это условие накладывает серьезные ограничения на толщину пучка, что, в свою очередь, ведет к ограничениям по мощности прибора и жестким требованиям на его фокусировку.

Как уже было отмечено выше, большинство рассматриваемых приборов (ЛОВ, ЛБВ, ЛСЭ) используют одномерную геометрию распределенной обратной связи, в которой волновые векторы электромагнитных волн и вектор скорости электронного пучка расположены вдоль одной прямой. Одним из немногих вакуумных электронных приборов, имеющих неодномерную геометрию, является оротрон, использующий открытый резонатор и перпендикулярно расположенную отражающую решетку [22]. В работе [21] рассматривается МСЭ с двумерной распределенной обратной связью типа оротрона, а также ЛСЭ и МСЭ с использованием двумерных брегговских резонаторов. В частности, используется четырехволновая геометрия, при которой в резонаторе формируются 4 электромагнитные волны под углом 90° друг к другу.

Такие приборы зачастую называют сверхразмерными [13; 20; 21], что означает существенное превышение поперечных размеров резонатора над длиной волны. Но поскольку во взаимодействии участвует только тонкий слой кольцевого пучка, то, согласно [21], основная проблема – это сложность создания эффективно работающей сверхразмерной системы на предлагаемых принципах.

Большой интерес представляют релятивистские МВЧГ [13], в которых получены мощности порядка 15 ГВт в трехсантиметровом диапазоне длин волн с КПД 50 %. Здесь кольцевой пучок возбуждает поверхностные волны в сверхразмерном цилиндрическом диафрагмированном волноводе. В системе рассматриваются прямая и обратная связанные электромагнитные волны вблизи границы полосы прозрачности, которые в результате взаимодействия с трубчатым электронным пучком возбуждают некоторое количество мод. Диаметр волновода составляет несколько длин волн генерируемого излучения. Но поскольку пучок является кольцевым и амплитуды волн экспоненциально затухают с удалением от волновода, то опять же возникает необходимость фокусировки пучка на достаточно близком расстоянии от его поверхности.

В настоящее время существуют также различные типы генераторов и усилителей электромагнитного излучения на основе электронных пучков, использующие разнообразные механизмы спонтанного излучения – дифракционное излучение, излучение Смита – Парселла, черенковское излучение и иные эффекты [35].

Все вышеуказанные приборы (ЛОВ, ЛБВ, ЛСЭ, МСЭ, МВЧГ) обладают рядом общих принципов функционирования и достоинств, в частности имеют хорошие КПД, позволяют получать излучение большой мощности в узких спектральных диапазонах и др. Например, ЛБВ обеспечивают большую полосу пропускания с диапазоном рабочих частот от 300 МГц до 50 ГГц. Их выходные мощности колеблются от нескольких ватт до нескольких мегаватт. ЛБВ составляют более 50 % объема продаж всех вакуумных электронных приборов в СВЧ-диапазоне [1].

Однако рассмотренные выше устройства имеют и общие недостатки:

- 1) омические потери на металлических поверхностях резонаторов из-за протекания высокочастотных токов и угрозы пробоя волновода;
- 2) дифракционные потери на выходных отверстиях;
- 3) сложность создания сверхразмерных систем;

4) сложность изменения частоты для релятивистских пучков (поскольку изменение стартового напряжения (скорости частиц) в релятивистском случае большого эффекта не дает);

5) невозможность продвижения в субмиллиметровую область ввиду трудоемкости изготовления волноводов.

В качестве общей системы уравнений, описывающей вакуумные электронные приборы, часто используется система [5; 10]

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} - \frac{\partial F}{\partial \zeta} = -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\theta} d\theta_0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \zeta^2} = -\operatorname{Re}[F e^{i\theta}], \quad (2)$$

$$\theta|_{\zeta=0} = \theta_0, \quad \left. \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} \right|_{\zeta=0} = 0, \quad F|_{\zeta=L} = 0,$$

где θ описывает фазу электронов пучка, а F есть амплитуда электромагнитной волны. В данном случае система приведена для взаимодействия электронного пучка со встречной (обратной) волной, соответственно граничные условия для пучка и волны поставлены на разных границах системы ($\zeta = 0$ и $\zeta = L$), т. е. уравнения (1), (2) отвечают ЛОВ.

Система (1), (2) универсальна в том смысле, что она сохраняет свой вид после нормировки для широкого диапазона электронных устройств (ЛСЭ, ЛОВ, ЛБВ и т. д.).

При описании геометрии с несколькими связанными волнами (см., например, [21]) система будет содержать соответствующее количество уравнений типа (1) с дополнительными членами, характеризующими связь между волнами. Уравнение (2) для динамики электронного пучка сохраняется.

Объемные лазеры на свободных электронах

ОЛСЭ [25–29] позволяют преодолеть многие из указанных выше проблем. Они представляют собой вакуумные электронные приборы, работающие на излучении релятивистских заряженных частиц, движущихся при определенных условиях в трехмерной (двумерной) пространственно-периодической системе – естественном или искусственном (фотонном) кристалле (резонаторе).

Пусть релятивистская частица движется в пространственно-периодической среде. Тогда физические процессы, сопровождающие ее движение, можно разделить на процессы, связанные с кулоновским рассеянием частицы на ядрах мишени (когерентное тормозное излучение и излучение при каналировании), и на излучение при движении с постоянной скоростью (переходное излучение и излучение Вавилова – Черенкова). В последнем случае в рентгеновском диапазоне возможны два типа излучения – квазичеренковское параметрическое рентгеновское и излучение, образованное быстро движущимся в среде осциллятором [4; 36].

Характер преломления и поглощения фотонов в кристалле кардинально отличается от их характера в аморфной среде. Вследствие периодического расположения рассеивателей излучение испытывает дифракцию. Задача о генерации излучения равномерно движущейся заряженной частицей в среде с периодической диэлектрической проницаемостью рассмотрена М. Л. Тер-Микаеляном [37].

Как впервые показано в работе [36], в отличие от резонансного излучения, в условиях динамической дифракции генерируемого излучения в кристалле возможно резкое изменение показателя преломления среды, что для рентгеновских квантов приводит к существенному изменению спектральных свойств излучения заряженных частиц. В частности, показатель преломления n может превысить единицу, и, следовательно, станет возможным выполнение условия Вавилова – Черенкова. Периодическая структура кристалла вблизи условий дифракции приводит к изменению собственных состояний фотона и, как результат, к возможности нового типа излучения, который был теоретически предсказан в начале 1970-х гг. в работах [36; 38] и получил название квазичеренковского параметрического рентгеновского излучения (ПРИ).

Помимо того что кристаллическая мишень создает возможность квазичеренковского механизма излучения, кристалл является трехмерным резонатором с объемной распределенной обратной связью (ОРОС) [25; 26], тогда как в ЛОВ, ЛБВ и других вакуумных электронных приборах имеет место одномерная распределенная обратная связь. Неоднородный характер ОРОС кардинальным образом изменяет функциональную зависимость инкремента неустойчивости и порогов генерации. Дву- или трехмерные

дифракционные решетки позволяют распределить взаимодействие по большому объему и снизить ограничения на мощность в резонаторе.

ПРИ представляет собой квазичеренковское излучение в рентгеновской области спектра вблизи брэгговских углов и брэгговских частот, определяемое условием дифракции на кристаллографических плоскостях [4]

$$(\mathbf{k} + \boldsymbol{\tau})^2 \approx \mathbf{k}^2 \quad (3)$$

и генерируемое при равномерном и прямолинейном движении заряженной частицы в кристалле. Здесь \mathbf{k} – волновой вектор проходящей электромагнитной волны; $\boldsymbol{\tau}$ – вектор обратной решетки.

Термин «квазичеренковское параметрическое рентгеновское излучение» подчеркивает физическую общность этого явления с излучением Вавилова – Черенкова и отличие его от переходного излучения, связанного с наличием раздела двух сред с разными диэлектрическими проницаемостями [4]. Помимо ПРИ, в литературе используются термины «динамическое излучение», «квазичеренковское излучение», «резонансное излучение», «динамическое черенковское излучение».

ПРИ было обнаружено в 1985 г. на синхротроне СИРИУС (Сибирский резонансный импульсный усилитель) сотрудниками НИИ ЯП БГУ и НИИ ядерной физики Томского политехнического института [39]. Далее сотрудники НИИ ЯП БГУ наблюдали ПРИ в режиме многоволновой (четырёх- и восьми-волновой) генерации [40]. Большой цикл работ по исследованию свойств ПРИ проводился на микротроне МАМІ в Майнце (Германия) [41].

Таким образом, с начала исследований ПРИ рассматривались объёмные трёхмерные геометрии, в которых векторы скорости частиц и волновые векторы электромагнитных волн в условиях динамической дифракции направлены под углами друг к другу. Именно неоднородность приводит к новым эффектам. Более того, в рентгеновском диапазоне длина излучаемой волны удовлетворяет неравенству $\lambda \ll L$, где L – характерные размеры системы. Это означает создание сверхразмерной системы при генерации ПРИ в процессе прохождения частицы через кристалл. Идеи сверхразмерности систем, работающих на квазичеренковском излучении, в дальнейшем были успешно перенесены из рентгеновской области на все частотные диапазоны.

В работах [25; 26] установлен и исследован новый закон неустойчивости электронного пучка, проходящего через пространственно-периодическую среду, который предусматривает следующую оценку стартового порогового тока пучка j_{start} в точках вырождения корней дисперсионного уравнения в зависимости от числа s дополнительных волн, возникающих в ОЛСЭ благодаря дифракции:

$$j_{\text{start}} \sim \frac{1}{(kL)^3 (k\chi_{\tau}L)^{2s}}.$$

Здесь $k\chi_{\tau}L \gg 1$; $k = \frac{\omega}{c}$ (ω – частота); L – длина резонатора; χ_{τ} – коэффициенты разложения диэлектрической проницаемости среды в ряд по векторам обратной решетки.

В других электронных приборах, рассматривавшихся выше, эта оценка выглядит следующим образом:

$$j_{\text{start}} \sim \frac{1}{(kL)^3}.$$

В точках вырождения корней дисперсионного уравнения групповая скорость электромагнитной волны резко уменьшается, и излучение задерживается в этой области за счет переотражения на плоскостях резонатора, более эффективно взаимодействуя с электронами пучка. Таким образом, из приведенных формул видно, что при фиксированной длине резонатора L стартовый ток может быть существенно уменьшен по сравнению с обычными системами. В то же время при фиксированном стартовом токе длина резонатора также может быть значительно уменьшена.

В ОЛСЭ для различных частотных диапазонов выбираются (конструируются) резонаторы с расстояниями между плоскостями, сравнимыми с длиной волны. В такой периодической среде вблизи выполнения брэгговских условий происходит расщепление дисперсионной кривой на несколько ветвей, для которых возможно соблюдение условий синхронизма для электронов пучка и, следовательно, наличие механизма квазичеренковского излучения.

Ни в одном из рассмотренных выше известных электронных приборов не используются принципы динамической дифракции (в понимании кристаллооптики). Напротив, широко используется отражение

на границах резонатора от брэгговских зеркал (рефлекторов) (с коэффициентом связи α переотраженных волн [21] или как в оротроне [22]).

При разработке теории ОЛСЭ было показано, что, изменяя фактор асимметрии дифракции, можно изменять добротность объемного резонатора. В частности, в зависимости от параметров системы (длины области взаимодействия, величины поглощения, частоты) существует оптимальное значение фактора асимметрии, при котором потери в объемном резонаторе будут минимальны.

В ОЛСЭ могут использоваться релятивистские, широкие в поперечном сечении, сплошные электронные пучки. Большие поперечные размеры таких пучков обеспечивают распределение их собственной мощности и мощности генерируемой волны по большому объему, тем самым способствуя снижению локальной нагрузки на отдельные элементы. Как известно, при этом происходит генерация большого количества нежелательных мод. В результате развивается деструктивная интерференция, и излучение становится некогерентным. ОРОС, формируемая в системе, позволяет выделить требуемые моды и подавить нежелательные.

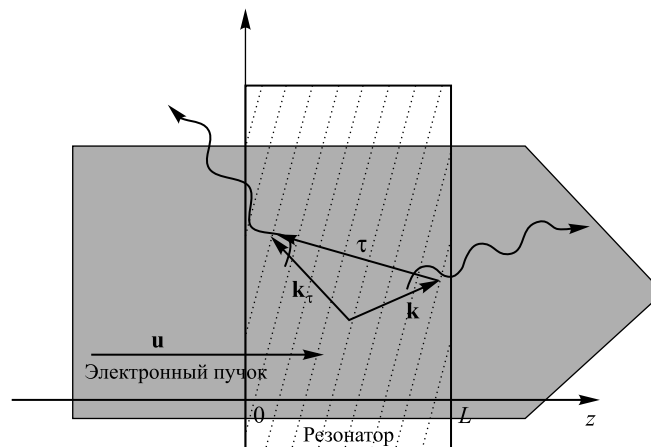
Использование указанной выше закономерности легло в основу создания принципиально новых генераторов электромагнитного излучения – ОЛСЭ. Первое экспериментальное наблюдение генерации ОЛСЭ в миллиметровом диапазоне было проведено в 2001 г. [27]. Подтверждено, что с использованием ОРОС могут работать не только ОЛСЭ, но и ЛОВ, ЛБВ и другие типы электромагнитных усилителей и генераторов. В 2004 г. созданы ЛОВ и ОЛСЭ с прямоугольным сеточным резонатором, работающие в сантиметровом диапазоне длин волн [28]. В дальнейшем были проведены эксперименты с круглыми сеточными и фольговыми резонаторами – неоднородными пространственно-периодическими структурами, обладающими всеми свойствами фотонных кристаллов [29].

Рассмотрим простую математическую модель двухволнового ОЛСЭ. Пусть электронный пучок со скоростью \mathbf{u} «падает» под некоторым углом на полубесконечный трехмерный пространственно-периодический резонатор толщиной L . На рисунке изображена объемная схема двухволнового ОЛСЭ в геометрии Брэгга. В условиях дифракции в системе формируются проходящая волна с волновым вектором \mathbf{k} и дифрагированная волна с $\mathbf{k}_\tau = \mathbf{k} + \boldsymbol{\tau}$ ($\boldsymbol{\tau}$ – вектор обратной решетки резонатора), которая выходит через заднюю стенку резонатора. Одновременно на систему могут падать внешние электромагнитные волны.

Электроны пучка в резонаторе начинают группироваться в излучающую фазу и генерировать коллективное излучение с волновым вектором \mathbf{k} . Для того чтобы электроны начали испускать квазичеренковское излучение, необходимо небольшое отставание фазовой скорости электромагнитной волны от скорости электронного пучка в соответствии с условием синхронизма (условием Вавилова – Черенкова)

$$\frac{|\omega - \mathbf{k}\mathbf{u}|}{\omega} \sim \delta \ll 1, \quad (4)$$

где δ – отклонение от точного выполнения условия Вавилова – Черенкова.



Объемная схема ОЛСЭ в геометрии Брэгга
Volume scheme VFEL in Bragg geometry

При одновременном выполнении условий дифракции (3) и синхронизма (4) спонтанное излучение преобразуется в коллективное квазичеренковское излучение. Система уравнений для проходящей

и дифрагированной волн с амплитудами E и E_τ , а также фазы электронов $\theta(t, z, p)$ может быть записана в обобщенном виде без уточнения коэффициентов следующим образом [42]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial t} + a_1 \frac{\partial E}{\partial z} + b_{11}E + b_{12}E_\tau &= \Phi \int_0^{2\pi} \frac{2\pi - p}{8\pi^2} \left(e^{-i\theta(t, z, p)} + e^{-i\theta(t, z, -p)} \right) dp, \\ \frac{\partial E_\tau}{\partial t} + a_2 \frac{\partial E}{\partial z} + b_{21}E + b_{22}E_\tau &= 0, \\ \frac{\partial^2 \theta(t, z, p)}{\partial z^2} &= \Psi \left(k_z - \frac{\partial \theta(t, z, p)}{\partial z} \right)^3 \operatorname{Re} \left(E \left(t - \frac{z}{u}, z \right) \right) e^{i\theta(t, z, p)}, \\ E(t, 0) = 0, E_\tau(t, L) &= 0, \\ \frac{\partial \theta(t, 0, p)}{\partial z} &= k_z^0 - \frac{\omega}{u}, \theta(t, 0, p) = p, \\ t > 0, z \in [0, L], p &\in [-2\pi, 2\pi]. \end{aligned} \quad (5)$$

В (5) динамика электронного пучка моделируется усреднением по фазам влета электронов в область взаимодействия. Этот метод [3] широко применяется для расчета ЛБВ, ЛОВ, ЛСЭ и других электронных приборов [5; 10]. Также он хорошо работает при моделировании динамики пучка в ОЛСЭ. Но в отличие от системы (1), (2) (или системы (9–11) в [21]), где электронная динамика определяется только временем влета электрона в резонатор, в (5) учтено влияние пространственной поперечной точки влета электрона в область взаимодействия при $z = 0$. Именно благодаря усреднению по двум фазам – моменту и поперечной координате влета электронов – в ОЛСЭ удалось промоделировать тонкие эффекты в области вырождения корней дисперсионного уравнения и при синхронизме нескольких мод с пучком.

Линейный режим работы ОЛСЭ изучен достаточно хорошо [26], но он быстро сменяется нелинейной стадией. Понятно, что нелинейная стадия работы ОЛСЭ, описываемая математическими моделями типа (5), может быть рассмотрена только с использованием численных методов. Аналогичное замечание касается и всех остальных вакуумных электронных приборов.

Для моделирования ОЛСЭ разработан компьютерный код VOLC (*Volume Code*) [42]. Он всесторонне протестирован, в том числе путем сравнения полученных численных результатов и известных аналитических решений, и успешно применен для моделирования разнообразных вариантов ОЛСЭ, а также экспериментальной установки ОЛСЭ-250 [29]. Результаты моделирования показали разумное согласие с теоретическими и экспериментальными физическими результатами. Благодаря проведенному моделированию численно получены все основные физические законы функционирования ОЛСЭ, включая пороговые условия генерации.

Хаотическая динамика вакуумных электронных приборов

Статьи [43; 44] и многие другие посвященные исследованию нелинейной динамики рассматриваемых приборов работы по праву относятся к возникшей в последние четыре десятилетия новой области науки, известной как теория динамического хаоса, или нелинейная динамика [45]. Исследователи в данной области занимаются изучением основных свойств решений систем нелинейных уравнений, описывающих различные физические, химические, биологические, социальные и иные процессы. Здесь самые простые детерминированные нелинейные системы могут демонстрировать поведение, которое является сложным и выглядит случайным. Такое поведение названо хаосом. С другой стороны, хаотическое поведение гораздо более сложных систем часто подчиняется тем же правилам, что и хаотическое поведение простых систем. Таким образом, в хаосе может быть порядок [5; 45].

Нелинейность является необходимым, но недостаточным условием для формирования хаотического поведения системы. Основной признак хаоса – экспоненциальная расходимость изначально близких траекторий в нелинейных системах. Это так называемый эффект бабочки (чувствительность к начальным условиям) [46]. Отметим исследование проблемы синхронизации в хаотических системах и методы контроля хаоса, а также параметризацию различных хаотических режимов динамической системы [47–49].

В процессе теоретических и экспериментальных исследований хаотической природы различных вакуумных электронных приборов, включая ЛСЭ [5; 43; 44], показано, что в таких системах существуют разнообразные сценарии перехода к хаосу, в том числе удвоение периода, квазипериодичность,

переменяемость. Квазипериодичность связана с бифуркациями Хопфа, которые вводят новую частоту в систему. Переменяемость вызвана бифуркациями седловых точек (т. е. столкновением устойчивой и неустойчивой точек), которые затем исчезают, и после хаоса может появиться вновь регулярное движение. Хаос в вакуумных электронных приборах обусловлен запаздывающим характером распределенной обратной связи [5].

В работах [42; 50] ОЛСЭ исследован методами численного моделирования с точки зрения хаотической динамики. Продемонстрировано, что ОЛСЭ является хаотической динамической системой. По сравнению с другими рассматриваемыми приборами источник хаоса в ОЛСЭ имеет более сложную природу из-за взаимодействия электронного пучка с электромагнитным полем в резонаторе в условиях динамической дифракции и наличия ОРОС. Это приводит к неравномерному распределению интенсивности электромагнитного поля и значительным возмущениям в движении электронов, а соответственно, к разнообразной динамике ОЛСЭ. Численно получено одно из основных физических свойств ОЛСЭ – подавление паразитных мод в системе вследствие ОРОС и динамической дифракции. Показано, что неоднородная геометрия дифракции представляет сложную картину переходов между различными хаотическими динамическими режимами и позволяет специальным выбором параметров геометрии получить большие значения амплитуд полей в ОЛСЭ по сравнению с одномерной геометрией, а также принципиально другой тип решения.

Заключение

Исследования нелинейной динамики излучения сильноточных пучков заряженных частиц в пространственно-периодических структурах, а именно в различных типах вакуумных электронных приборов, представляют большой интерес в свете широкого применения таких приборов в различных научных, военных и коммерческих целях. Исследование ОЛСЭ важно для понимания принципов их функционирования и создания более эффективных экспериментальных установок усилителей и генераторов перестраиваемого когерентного излучения высокой мощности в диапазонах от миллиметрового до рентгеновского.

Библиографические ссылки

1. Benford J, Swegle JA, Schamiloglu E. *High power microwave*. 3rd edition. Boca Raton: CRC Press; 2016. [470 p.]. (Series in plasma physics).
2. Freund HP, Antonsen Jr TM. *Principles of free electron lasers*. 3rd edition. [S. l.]: Springer; 2018. [729 p.]. DOI: 10.1007/978-3-319-75106-1.
3. Вайнштейн ЛА, Солнцев ВА. *Лекции по сверхвысокочастотной электронике*. Москва: Советское радио; 1973. 400 с.
4. Baryshevsky VG, Feranchuk ID, Ulyanenko AP. *Parametric X-ray radiation in crystals. Theory, experiments and applications*. [S. l.]: Springer; 2005. 172 p. (Springer tracts in modern physics; volume 213). DOI: 10.1007/b95327.
5. Трубецков ДИ, Храмов АЕ. *Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков*. Москва: Физматлит; 2003–2004. 2 тома.
6. Kompfner R. The travelling wave valve. *Wireless World*. 1946;LII(II):369–372.
7. Pierce JR. Equation for travelling-wave tubes. *Bell System Technical Journal*. 1950;29(3):390–460. DOI: 10.1002/j.1538-7305.1950.tb02352.x.
8. Nusinovich GS, Levush B, Abe DK. A review of the development of multiple-beam klystrons and TWTs. Washington: Naval Research Laboratory; 2003 March 17. 50 p. Report No.: NRL/MR/6840-03-8673.
9. Epsztein B, inventor; Compagnie generale de Telegraphie Sans Fil, assignee. Backward flow travelling wave devices. France patent FR1035379(A). 1959 March 31.
10. Гинзбург НС, Кузнецов СП, Федосеева ТН. Теория переходных процессов в релятивистской ЛОВ. *Известия вузов. Радиофизика*. 1978;21(7):1037–1052.
11. Солнцев ВА, автор и правообладатель. Карсиноотрод. Патент Российской Федерации RU2121194C1. 27 октября 1998 г.
12. Abe DK, Carmel Y, Miller SM, Bromborsky A, Levush B, Antonsen TM, et al. Experimental studies of overmoded relativistic backward-wave oscillators. *IEEE Transactions on Plasma Science*. 1998;26(3):591–604. DOI: 10.1109/27.700796.
13. Бугаев СП, Канавец ВИ, Кошелев ВИ, Черепенин ВА. *Релятивистские многоволновые СВЧ-генераторы*. Новосибирск: Наука; 1991. 296 с.
14. Madey JMJ. Stimulated emission of bremsstrahlung in a periodic magnetic field. *Journal of Applied Physics*. 1971;42(5):1906–1913. DOI: 10.1063/1.1660466.
15. Colson WB. Theory of a free electron laser. *Physics Letters A*. 1976;59(3):187–190. DOI: 10.1016/0375-9601(76)90561-2.
16. Deacon DA, Elias LR, Madey JMJ, Ramian GJ, Schwettman HA, Smith TI. First operation of a free electron laser. *Physical Review Letter*. 1977;38(16):892–894. DOI: 10.1103/PhysRevLett.38.892.
17. Billardon M, Elleaume P, Ortega JM, Bazin C, Bergher M, Velghe M, et al. First operation of a storage-ring free electron laser. *Physical Review Letter*. 1983;51(18):1652–1655. DOI: 10.1103/PhysRevLett.51.1652.
18. Weise H, Decking W. Commissioning and first lasing of the European XFEL. In: Bishofberger K, Carlsten B, Schaa VRW, editors. *Proceedings of the 38th International free electron laser conference; 2017 August 20–25; Santa Fe, NM, United States*. Geneva: JACoW; 2018. p. 9–13. DOI: 10.18429/JACoW-FEL2017-MOC03.

19. Kulipanov GN, Bagryanskaya EG, Chesnokov EN, Choporova YuYu, Gerasimov VV, Getmanov YaV, et al. Novosibirsk free electron laser-facility description and recent experiments. *IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology*. 2015;5(5): 798–809. DOI: 10.1109/TTHZ.2015.2453121.
20. Neyman PJ, Colson WB, Gottshalk SC, Todd AMM, Blau J, Cohn K. Free electron lasers in 2017. In: Bishofberger K, Carlsten B, Schaa VRW, editors. *Proceedings of the 38th International free electron laser conference; 2017 August 20–25; Santa Fe, NM, United States*. Geneva: JACoW; 2018. p. 204–209. DOI: 10.18429/JACoW-FEL2017-MOP066.
21. Ginzburg NS, Zaslavsky VYu, Peskov NYu, Sergeev AS, Arzhannikov AV, Kalinin PV, et al. Theory of a planar free electron maser with transverse electromagnetic flux circulation in a 2D Bragg mirror. *Technical Physics*. 2006;51:1618–1623. DOI: 10.1134/S1063784206120115.
22. Братман ВЛ. Релятивистские электронные приборы миллиметрового диапазона длин волн. *Известия вузов. Радиофизика*. 2003;46(10):859–873.
23. Andrews HL, Brau CA. Gain of a Smith – Purcell free electron laser. *Physical Review Accelerators and Beams*. 2004;7(7): 070701. DOI: 10.1103/PhysRevSTAB.7.070701.
24. Kalkal Y, Kumar V. Analysis of Čerenkov free electron lasers. *Physical Review Accelerators and Beams*. 2015;18(3):030707. DOI: 10.1103/PhysRevSTAB.18.030707.
25. Baryshevsky VG, Feranchuk ID. Parametric beam instability of relativistic charged particles in a crystal. *Physics Letters A*. 1984;102(3):141–144. DOI: 10.1016/0375-9601(84)90799-0.
26. Baryshevsky VG, Batrakov KG, Dubovskaya IYa. Parametric (quasi-Čerenkov) X-ray free electron lasers. *Journal of Physics D: Applied Physics*. 1991;24(8):1250–1257. DOI: 10.1088/0022-3727/24/8/005.
27. Baryshevsky VG, Batrakov KG, Gurinovich AA, Iliencko I, Lobko A, Moroz V, et al. First lasing of a volume FEL (VFEL) at a wavelength range $\lambda \sim 4\text{--}6$ mm. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. 2002;483(1–2):21–23. DOI: 10.1016/S0168-9002(02)00279-6.
28. Baryshevsky VG, Batrakov KG, Evdokimov VA, Gurinovich AA, Lobko AS, Molchanov PV, et al. Experimental observation of radiation frequency tuning in «OLSE-10» prototype of volume free electron laser. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*. 2006;252(1):86–91. DOI: 10.1016/j.nimb.2006.07.029.
29. Baryshevsky VG, Belous NA, Gurinovich AA, Evdokimov VA, Molchanov PV, Oskin AV, et al. Experimental study of volume free electron laser using a «grid» photonic crystal with variable period. In: *Proceedings of the 29th International free electron laser conference; 2007 August 26–31; Novosibirsk, Russia*. Geneva: JACoW; 2010. p. 496–498.
30. Denis T, van Dijk MW, Lee JHH, van der Meer R, Strooisma A, van der Slot PJM, et al. Coherent Čerenkov radiation and laser oscillation in a photonic crystal. *Physical Review A*. 2016;94(5):053852. DOI: 10.1103/PhysRevA.94.053852.
31. van der Slot PJM, Denis T, Lee JHH, van Dijk MW, Boller KJ. Photonic free electron lasers. *IEEE Photonics Journal*. 2012; 4(2):570–573. DOI: 10.1109/JPHOT.2012.2190724.
32. Yablonovich E, Gmitter TJ. Photonic band structure: the face-centered-cubic case. *Physical Review Letter*. 1989;63(18): 1950–1953. DOI: PhysRevLett.63.1950.
33. Yablonovich E. Photonics: one-way road for light. *Nature*. 2009;461(7265):744–745. DOI: 10.1038/461744a.
34. Rolles D. Highly efficient nanoscale X-ray sources. *Nature Photonics*. 2018;12(2):62–63. DOI: 10.1038/s41566-018-0092-9.
35. Гинзбург ВЛ. Излучение равномерно движущихся источников (эффект Вавилова – Черенкова, переходное излучение и некоторые другие явления). *Успехи физических наук*. 1996;166(10, специальный выпуск):1033–1042. DOI: 10.3367/UF-Nr.0166.199610b.1033.
36. Барышевский ВГ. О рассеянии света потоком электронов, проходящих через кристалл. *Доклады Академии наук БССР*. 1971;15(4):306–308.
37. Тер-Микаелян МЛ. *Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях*. Ереван: Издательство Академии наук Армянской ССР; 1969. 457 с.
38. Барышевский ВГ, Феранчук ИД. О переходном излучении γ -квантов в кристалле. *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 1972;61(3):944–948. Поправка в: *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 1973;64(2):760.
39. Адищев ЮН, Барышевский ВГ, Воробьев СА, Данилов ВА, Пак СД, Потылицын АП и др. Экспериментальное обнаружение рентгеновского параметрического излучения. *Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 1985;41(7):295–297.
40. Афанасенко ВП, Барышевский ВГ, Зуевский РФ, Лившиц МГ, Лобко АС, Мороз ВИ и др. Обнаружение многоволновой генерации параметрического рентгеновского излучения (ПРИ). *Письма в Журнал технической физики*. 1989;15(1):33–36.
41. Lauth W, Backe H, Kettig O, Kunz P, Sharafutdinov A, Weber T. Coherent X-rays at MAMI. *The European Physical Journal A – Hadrons and Nuclei*. 2006;28:185–195. DOI: 10.1140/epja/i2006-09-019-0.
42. Батраков КГ, Сытова СН. Моделирование объемных лазеров на свободных электронах. *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 2005;45(4):690–700.
43. Billardon M. Chaotic behavior of the storage ring free electron laser. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. 1991;304(1–3):37–39. DOI: 10.1016/0168-9002(91)90816-9.
44. Bruni C, Garzella D, Orlandi GL, Couprie ME. Chaotic nature of the super-ACO FEL. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. 2004;528(1–2):273–277. DOI: 10.1016/j.nima.2004.04.069.
45. Shuster HG. *Deterministic chaos: an introduction*. 2nd edition. Weinheim: VCH; 1988. XXIII, 270 p.
46. Lorenz EN. Deterministic nonperiodic flow. *Journal of the Atmospheric Sciences*. 1963;20(2):130–141. DOI: 10.1175/1520-0469(1963)020<0130:DNF>2.0.CO;2.
47. Boccaletti S, Kurths J, Osipov G, Valladares DL, Zhou CS. The synchronization of chaotic systems. *Physics Reports*. 2002; 366(1–2):1–101. DOI: 10.1016/S0370-1573(02)00137-0.
48. Kim C-B, Hong K-S. Control of chaos in free electron laser. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. 1998;403(1):161–170. DOI: 10.1016/S0168-9002(97)01119-4.
49. Hur MS, Lee HJ, Lee JK. Parametrization of nonlinear and chaotic oscillations in driven beam-plasma diodes. *Physical Review E*. 1998;58(1):936–941. DOI: 10.1103/PhysRevE.58.936.

50. Барышевский ВГ, Сытова СН. Радиационные процессы, радиационная неустойчивость и хаос в излучении, образованном релятивистскими пучками, движущимися в трехмерных (двумерных) пространственно-периодических структурах (естественных и фотонных кристаллах). *Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика*. 2013;21(6):25–48. DOI: 10.18500/0869-6632-2013-21-6-25-48.

References

1. Benford J, Swegle JA, Schamiloglu E. *High power microwave*. 3rd edition. Boca Raton: CRC Press; 2016. [470 p.]. (Series in plasma physics).
2. Freund HP, Antonsen Jr TM. *Principles of free electron lasers*. 3rd edition. [S. l.]: Springer; 2018. [729 p.]. DOI: 10.1007/978-3-319-75106-1.
3. Weinstein LA, Solntsev VA. *Leksii po sverkhvysokochastotnoi elektronike* [Lectures on microwave electronics]. Moscow: Sovetskoe radio; 1973. 400 p. Russian.
4. Baryshevsky VG, Feranchuk ID, Ulyanenko AP. *Parametric X-ray radiation in crystals. Theory, experiments and applications*. [S. l.]: Springer; 2005. 172 p. (Springer tracts in modern physics; volume 213). DOI: 10.1007/b95327.
5. Trubetskov DI, Hramov AE. *Leksii po sverkhvysokochastotnoi elektronike dlya fizikov* [Lectures on microwave electronics for physicists]. Moscow: Fizmatlit; 2003–2004. 2 volumes. Russian.
6. Kompfner R. The travelling wave valve. *Wireless World*. 1946;LII(II):369–372.
7. Pierce JR. Equation for travelling-wave tubes. *Bell System Technical Journal*. 1950;29(3):390–460. DOI: 10.1002/j.1538-7305.1950.tb02352.x.
8. Nusinovich GS, Levush B, Abe DK. A review of the development of multiple-beam klystrons and TWTs. Washington: Naval Research Laboratory; 2003 March 17. 50 p. Report No.: NRL/MR/6840-03-8673.
9. Epsztein B, inventor; Compagnie generale de Telegraphie Sans Fil, assignee. Backward flow travelling wave devices. France patent FR1035379(A). 1959 March 31.
10. Ginzburg NS, Kuznetsov SP, Fedoseeva TN. [Theory of transients processes in relativistic BWO]. *Izvestiya vuzov. Radiofizika*. 1978;21(7):1037–1052. Russian.
11. Solntsev VA, inventors and assignee. *Karsinotrod* [Karsinotrod]. Patent Russian Federation RU2121194C1. 1998 October 27. Russian.
12. Abe DK, Carmel Y, Miller SM, Bromborsky A, Levush B, Antonsen TM, et al. Experimental studies of overmoded relativistic backward-wave oscillators. *IEEE Transactions on Plasma Science*. 1998;26(3):591–604. DOI: 10.1109/27.700796.
13. Bugaev SP, Kanavets VI, Koshelev VI, Cherepenin VA. *Relyativistskie mnogovolnovye SVCh-generatory* [Relativistic multi-wave microwave generators]. Novosibirsk: Nauka; 1991. 296 p. Russian.
14. Madey JMJ. Stimulated emission of bremsstrahlung in a periodic magnetic field. *Journal of Applied Physics*. 1971;42(5):1906–1913. DOI: 10.1063/1.1660466.
15. Colson WB. Theory of a free electron laser. *Physics Letters A*. 1976;59(3):187–190. DOI: 10.1016/0375-9601(76)90561-2.
16. Deacon DA, Elias LR, Madey JMJ, Ramian GJ, Schwettman HA, Smith TI. First operation of a free electron laser. *Physical Review Letter*. 1977;38(16):892–894. DOI: 10.1103/PhysRevLett.38.892.
17. Billardon M, Elleaume P, Ortega JM, Bazin C, Bergher M, Velghe M, et al. First operation of a storage-ring free electron laser. *Physical Review Letter*. 1983;51(18):1652–1655. DOI: 10.1103/PhysRevLett.51.1652.
18. Weise H, Decking W. Commissioning and first lasing of the European XFEL. In: Bishofberger K, Carlsten B, Schaa VRW, editors. *Proceedings of the 38th International free electron laser conference; 2017 August 20–25; Santa Fe, NM, United States*. Geneva: JACoW; 2018. p. 9–13. DOI: 10.18429/JACoW-FEL2017-MOC03.
19. Kulipanov GN, Bagryanskaya EG, Chesnokov EN, Choporova YuYu, Gerasimov VV, Getmanov YaV, et al. Novosibirsk free electron laser-facility description and recent experiments. *IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology*. 2015;5(5):798–809. DOI: 10.1109/TTHZ.2015.2453121.
20. Neyman PJ, Colson WB, Gottshalk SC, Todd AMM, Blau J, Cohn K. Free electron lasers in 2017. In: Bishofberger K, Carlsten B, Schaa VRW, editors. *Proceedings of the 38th International free electron laser conference; 2017 August 20–25; Santa Fe, NM, United States*. Geneva: JACoW; 2018. p. 204–209. DOI: 10.18429/JACoW-FEL2017-MOP066.
21. Ginzburg NS, Zaslavsky VYu, Peskov NYu, Sergeev AS, Arzhannikov AV, Kalinin PV, et al. Theory of a planar free electron maser with transverse electromagnetic flux circulation in a 2D Bragg mirror. *Technical Physics*. 2006;51:1618–1623. DOI: 10.1134/S1063784206120115.
22. Bratman VL. [Millimeter-wave relativistic electron devices]. *Izvestiya vuzov. Radiofizika*. 2003;46(10):859–873. Russian.
23. Andrews HL, Brau CA. Gain of a Smith – Purcell free electron laser. *Physical Review Accelerators and Beams*. 2004;7(7):070701. DOI: 10.1103/PhysRevSTAB.7.070701.
24. Kalkal Y, Kumar V. Analysis of Čerenkov free electron lasers. *Physical Review Accelerators and Beams*. 2015;18(3):030707. DOI: 10.1103/PhysRevSTAB.18.030707.
25. Baryshevsky VG, Feranchuk ID. Parametric beam instability of relativistic charged particles in a crystal. *Physics Letters A*. 1984;102(3):141–144. DOI: 10.1016/0375-9601(84)90799-0.
26. Baryshevsky VG, Batrakov KG, Dubovskaya IYa. Parametric (quasi-Čerenkov) X-ray free electron lasers. *Journal of Physics D: Applied Physics*. 1991;24(8):1250–1257. DOI: 10.1088/0022-3727/24/8/005.
27. Baryshevsky VG, Batrakov KG, Gurinovich AA, Iliencko I, Lobko A, Moroz V, et al. First lasing of a volume FEL (VFEL) at a wavelength range $\lambda \sim 4\text{--}6$ mm. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. 2002;483(1–2):21–23. DOI: 10.1016/S0168-9002(02)00279-6.
28. Baryshevsky VG, Batrakov KG, Evdokimov VA, Gurinovich AA, Lobko AS, Molchanov PV, et al. Experimental observation of radiation frequency tuning in «OLSE-10» prototype of volume free electron laser. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*. 2006;252(1):86–91. DOI: 10.1016/j.nimb.2006.07.029.
29. Baryshevsky VG, Belous NA, Gurinovich AA, Evdokimov VA, Molchanov PV, Oskin AV, et al. Experimental study of volume free electron laser using a «grid» photonic crystal with variable period. In: *Proceedings of the 29th International free electron laser conference; 2007 August 26–31; Novosibirsk, Russia*. Geneva: JACoW; 2010. p. 496–498.

30. Denis T, van Dijk MW, Lee JHH, van der Meer R, Strooisma A, van der Slot PJM, et al. Coherent Cherenkov radiation and laser oscillation in a photonic crystal. *Physical Review A*. 2016;94(5):053852. DOI: 10.1103/PhysRevA.94.053852.
31. van der Slot PJM, Denis T, Lee JHH, van Dijk MW, Boller KJ. Photonic free electron lasers. *IEEE Photonics Journal*. 2012;4(2):570–573. DOI: 10.1109/JPHOT.2012.2190724.
32. Yablonoich E, Gmitter TJ. Photonic band structure: the face-centered-cubic case. *Physical Review Letter*. 1989;63(18):1950–1953. DOI: PhysRevLett.63.1950.
33. Yablonoich E. Photonics: one-way road for light. *Nature*. 2009;461(7265):744–745. DOI: 10.1038/461744a.
34. Rolles D. Highly efficient nanoscale X-ray sources. *Nature Photonics*. 2018;12(2):62–63. DOI: 10.1038/s41566-018-0092-9.
35. Ginzburg VL. [Radiation by uniformly moving sources (Vavilov – Cherenkov effect, transition radiation and other phenomena)]. *Uspekhi fizicheskikh nauk*. 1996;166(10, special issue):1033–1042. Russian. DOI: 10.3367/UFNr.0166.199610b.1033.
36. Baryshevskii VG. [On the scattering of light by a flux of electrons passing through a crystal]. *Doklady Akademii nauk BSSR*. 1971;15(4):306–308. Russian.
37. Ter-Mikaelyan ML. *Vliyaniye sredy na elektromagnitnyye protsessy pri vysokikh energiakh* [Influence of the environment on electromagnetic processes at high energies]. Yerevan: Publishing House of Academy of Sciences of Armenian SSR; 1969. 457 p. Russian.
38. Baryshevskii VG, Feranchuk ID. [Transition radiation of γ -rays in a crystal]. *Zhurnal eksperimental'noi i teoreticheskoi fiziki*. 1972;61(3):944–948. Erratum in: *Zhurnal eksperimental'noi i teoreticheskoi fiziki*. 1973;64(2):760. Russian.
39. Adishchev YuN, Baryshevskiy VG, Vorob'ev SA, Danilov VA, Pak SD, Potylitsyn AP, et al. [Experimental observation of parametric X-ray emission]. *Pis'ma v Zhurnal eksperimental'noi i teoreticheskoi fiziki*. 1985;41(7):295–297. Russian.
40. Afanasenko VP, Baryshevskiy VG, Zuevskiy RF, Livshits MG, Lobko AS, Moroz VI, et al. [Detection of multi-wavelength generation of parametric X-ray radiation (PXR)]. *Pis'ma v Zhurnal tekhnicheskoi fiziki*. 1989;15(1):33–36. Russian.
41. Lauth W, Backe H, Kettig O, Kunz P, Sharafutdinov A, Weber T. Coherent X-rays at MAMI. *The European Physical Journal A – Hadrons and Nuclei*. 2006;28:185–195. DOI: 10.1140/epja/i2006-09-019-0.
42. Batrakov KG, Sytova SN. [Modeling of volume free electron lasers]. *Zhurnal vychislitel'noi matematiki i matematicheskoi fiziki*. 2005;45(4):690–700. Russian.
43. Billardon M. Chaotic behavior of the storage ring free electron laser. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. 1991;304(1–3):37–39. DOI: 10.1016/0168-9002(91)90816-9.
44. Bruni C, Garzella D, Orlandi GL, Couprie ME. Chaotic nature of the super-ACO FEL. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. 2004;528(1–2):273–277. DOI: 10.1016/j.nima.2004.04.069.
45. Shuster HG. *Deterministic chaos: an introduction*. 2nd edition. Weinheim: VCH; 1988. XXIII, 270 p.
46. Lorenz EN. Deterministic nonperiodic flow. *Journal of the Atmospheric Sciences*. 1963;20(2):130–141. DOI: 10.1175/1520-0469(1963)020<0130:DNF>2.0.CO;2.
47. Boccaletti S, Kurths J, Osipov G, Valladares DL, Zhou CS. The synchronization of chaotic systems. *Physics Reports*. 2002;366(1–2):1–101. DOI: 10.1016/S0370-1573(02)00137-0.
48. Kim C-B, Hong K-S. Control of chaos in free electron laser. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. 1998;403(1):161–170. DOI: 10.1016/S0168-9002(97)01119-4.
49. Hur MS, Lee HJ, Lee JK. Parametrization of nonlinear and chaotic oscillations in driven beam-plasma diodes. *Physical Review E*. 1998;58(1):936–941. DOI: 10.1103/PhysRevE.58.936.
50. Baryshevskiy VG, Sytova SN. Radiative processes, radiation instability and chaos in the radiation formed by relativistic beams moving in three-dimensional (two-dimensional) space-periodic structures (natural and photonic crystals). *Izvestiya vuzov. Prikladnaya nelineinaya dinamika*. 2013;21(6):25–48. Russian. DOI: 10.18500/0869-6632-2013-21-6-25-48.