Физика
электромагнитных явлений

Physics
of electromagnetic phenomena

УДК 537.87

# ВОЗДЕЙСТВИЕ ОПТИЧЕСКИХ СИЛ НА НЕОДНОРОДНЫЕ АНИЗОТРОПНЫЕ ЧАСТИЦЫ

***А. В. НОВИЦКИЙ*** [1), 2)], ***Р. Х. АЛЬВАРЕС РОДРИГЕС*** [1)], ***В. М. ГАЛЫНСКИЙ*** [1)]

[1)]*Белорусский государственный университет, пр. Независимости, 4, 220030, г. Минск, Беларусь*
[2)]*Институт фотоники Технического университета Дании,*
*ул. Эрстеда, 343, 2800, г. Конгенс Люнгбю, Дания*

Рассчитаны оптические силы и моменты сил, действующие на неоднородные анизотропные сферические и цилиндрические частицы в поле пары плоских электромагнитных волн. Вычисление оптических сил реализовано в дипольном приближении с использованием аналитических выражений для поляризуемостей частиц, а также численно с учетом высших мультипольных моментов. Проведено сравнение этих двух способов расчета и показано их согласование в области применимости дипольного приближения. Найдены условия притяжения неоднородных частиц световым пучком без градиента интенсивности. Выполнено сравнение результатов для однородных и неоднородных сферических частиц. Установлено, что неоднородность рассеивателя сдвигает мультипольные резонансы, предоставляя еще одно средство управления величиной и направлением оптической силы. Рассчитан

**Образец цитирования:**
Новицкий А. В., Альварес Родригес Р. Х., Галынский В. М. Воздействие оптических сил на неоднородные анизотропные частицы // Журн. Белорус. гос. ун-та. Физика. 2018. № 2. С. 97–106.

**For citation:**
Novitsky A. V., Alvarez Rodriguez R. J., Galynsky V. M. Action of optical forces on inhomogeneous anisotropic particles. *J. Belarus. State Univ. Phys.* 2018. No. 2. P. 97–106 (in Russ.).

**Авторы:**
***Андрей Викторович Новицкий*** – доктор физико-математических наук, доцент; профессор кафедры теоретической физики и астрофизики физического факультета[1)]; старший научный сотрудник лаборатории метаматериалов[2)].
***Ричард Хосе Альварес Родригес*** – аспирант кафедры теоретической физики и астрофизики физического факультета. Научный руководитель – А. В. Новицкий.
***Владимир Михайлович Галынский*** – кандидат физико-математических наук; доцент кафедры теоретической физики и астрофизики физического факультета.

**Authors:**
***Andrey V. Novitsky***, doctor of science (physics and mathematics), docent; professor at the department of theoretical physics and astrophysics, faculty of physics[a]; senior researcher at the metamaterials group[b].
*novitsky@bsu.by*
***Richard J. Alvarez Rodriguez***, postgraduate student at the department of theoretical physics and astrophysics, faculty of physics.
*richardfby@gmail.com*
***Vladimir M. Galynsky***, PhD (physics and mathematics); associate professor at the department of theoretical physics and astrophysics, faculty of physics.
*galynsky@bsu.by*

спиновый момент сил в дипольном приближении. Показано, что как в случае сферической, так и цилиндрической неоднородной частицы он отличен от нуля для нелинейно-поляризованной падающей волны. Результаты данной работы могут найти применение при создании новых типов динамических метаматериалов, а также при описании движения сложных объектов в оптических пинцетах.

***Ключевые слова:*** электромагнитные волны; оптические силы; рассеяние света; коэффициенты Ми; поляризуемости; мультиполи.

***Благодарность.*** Авторы благодарят Белорусский республиканский фонд фундаментальных исследований (грант № Ф16Р-049) за финансовую поддержку.

# ACTION OF OPTICAL FORCES ON INHOMOGENEOUS ANISOTROPIC PARTICLES

***A. V. NOVITSKY*** [a, b]***, R. J. ALVAREZ RODRIGUEZ*** [a]***, V. M. GALYNSKY*** [a]

[a] *Belarusian State University, 4 Niezaliežnasci Avenue, Minsk 220030, Belarus*
[b] *DTU Fotonik, Technical University of Denmark, 343 Ørsteds Plads, Kgs. Lyngby DK-2800, Denmark*
*Corresponding author: V. M. Galynsky (galynsky@bsu.by)*

Optical forces and torques exerted on inhomogeneous anisotropic spherical and cylindrical particles by a couple of plane electromagnetic waves are calculated. The optical forces are computed in dipole approximation using the closed-form expressions for particle polarizabilities and numerically taking into consideration the higher-order multipole moments. We compare these calculation techniques and demonstrate their agreement in the region of dipole approximation. Conditions for pulling inhomogeneous particles by means of the light beam without intensity gradient are revealed. The comparison between homogeneous and inhomogeneous spherical particles is carried out. It is found that the scatterer inhomogeneity shifts the multipole resonances providing one more way for controlling value and direction of the optical force. Spin torque is calculated in the dipole approximation. We show that it does not vanish for non-linear polarization of the incident wave both in the case of spherical and cylindrical inhomogeneous particle. The results obtained in this work can be applied for designing new types of dynamical metamaterials, as well as for describing of movement of complex objects in optical tweezers.

***Key words:*** electromagnetic waves; optical forces; light scattering; Mie coefficients; polarizabilities; multipoles.

***Acknowledgements.*** The authors acknowledge financial support from the Belarusian Republican Foundation for Fundamental Research (grant No. Ф16Р-049).

## Введение

В классической электродинамике механическое воздействие оптического излучения было предсказано Дж. К. Максвеллом [1] и позднее обнаружено П. Н. Лебедевым экспериментально [2]. В современной физике оптомеханика стала надежным инструментом для изучения как классических, так и квантовых явлений [3–7]. В настоящей работе теоретически рассмотрено механическое воздействие световых пучков на неоднородные анизотропные объекты сферической и цилиндрической формы. Полученные результаты могут быть использованы, например, для описания движения микрочастиц в оптических пинцетах [8–13].

Можно выделить два типа оптических сил – градиентные и неконсервативные. Силы первого типа обусловлены градиентом интенсивности электромагнитного поля. Обычно они превалируют для частиц, размеры которых намного меньше длины волны. Неконсервативные силы возникают благодаря рассеянию электромагнитных полей. Они играют особенно важную роль в отсутствие градиента поля и могут приводить к эффекту притяжения частиц силами светового давления [14–16]. Оптические силы могут быть рассчитаны различными способами. Метод интегрирования тензора натяжений Максвелла [17] эквивалентен учету всех мультипольных моментов объекта, а потому обычно не подходит для быстрых и аналитических расчетов. Если ограничить размер частиц, то можно получить простые аналитические выражения. Примерами являются рэлеевское приближение ($\frac{2\pi R}{\lambda} \ll 1$, где $R$ – радиус частицы; $\lambda$ – длина волны излучения), когда частицы можно считать электрическими диполями, и дипольное приближение ($\frac{2\pi R}{\lambda} \sim 1$) в случае возбуждения лишь электрического и магнитного дипольных моментов в частице [18].

Оптические силы, действующие на неоднородные анизотропные частицы, мало изучены, так как чрезвычайно трудно найти аналитические решения уравнений Максвелла в таких частицах. Известные исследования основаны на применении численных методов расчета и различных приближений [19–21]. Неоднородным объектом часто выступает многослойная частица. В настоящей работе исследуются силы, действующие на непрерывно неоднородные анизотропные частицы, не рассматривавшиеся ранее в литературе. Цель работы – изучить оптические силы, влияющие на неоднородные сферические и цилиндрические частицы. Для достижения цели ставятся следующие задачи: 1) вывести аналитические выражения для коэффициентов рассеяния Ми и электрической и магнитной поляризуемостей сферических и цилиндрических частиц; 2) рассчитать оптические силы с помощью тензора максвелловских натяжений и в дипольном приближении; 3) сравнить точное значение силы с дипольным приближением для определения рамок применимости последнего; 4) проанализировать притягивающие силы в полях без градиента интенсивности; 5) рассчитать спиновый момент сил в дипольном приближении.

## Оптические силы и моменты сил

Падающее монохроматическое электромагнитное излучение с круговой частотой ω и напряженностями электрического $\mathbf{E}^{\mathrm{inc}}$ и магнитного $\mathbf{H}^{\mathrm{inc}}$ полей при взаимодействии с материальным объектом создает рассеянные поля $\mathbf{E}^{\mathrm{sc}}$ и $\mathbf{H}^{\mathrm{sc}}$. Усредняя закон сохранения импульса для поля и объекта по периоду колебаний стационарной волны $\frac{2\pi}{\omega}$, получаем усредненную по времени силу, действующую со стороны электромагнитного излучения на рассматриваемую частицу [17]:

$$\mathbf{F} = \oint_S \hat{T} d\mathbf{s}, \tag{1}$$

где производится интегрирование усредненного по времени тензора натяжений Максвелла

$$\hat{T} = \frac{1}{8\pi}\mathrm{Re}\left(\mathbf{E}\otimes\mathbf{E}^* + \mathbf{H}\otimes\mathbf{H}^* - \frac{1}{2}\left(|\mathbf{E}|^2 + |\mathbf{H}|^2\right)\right) \tag{2}$$

по произвольной замкнутой поверхности $S$, охватывающей частицу. Электрическое и магнитное поля в формуле (2) – это полное поле в окружающем пространстве, т. е. суперпозиция падающего и рассеянного полей согласно $\mathbf{E} = \mathbf{E}^{\mathrm{inc}} + \mathbf{E}^{\mathrm{sc}}$ и $\mathbf{H} = \mathbf{H}^{\mathrm{inc}} + \mathbf{H}^{\mathrm{sc}}$, а знак ⊗ подразумевает тензорное произведение векторов $(\mathbf{a}\otimes\mathbf{b})_{ij} = a_i b_j$. При расчете сферических и произвольных рассеивателей в дальней волновой зоне представляется удобным выбор сферической поверхности интегрирования $S$. Например, для сферической частицы радиусом $R$ можно интегрировать по ее поверхности

$$\mathbf{F} = \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}\left(\hat{T}\mathbf{n}\right)R^2\sin\theta d\theta d\varphi, \tag{3}$$

где $\mathbf{n}$ – внешняя нормаль к поверхности сферы; $r$, θ и φ – сферические координаты. В случае длинной цилиндрической частицы и падающей волны в плоскости ее поперечного сечения интегрирование удобно проводить по поверхности цилиндра радиусом $R$. Тогда сила в расчете на единицу длины цилиндра примет вид

$$\mathbf{f} = \int_0^{2\pi}\left(\hat{T}\mathbf{n}\right)R d\varphi. \tag{4}$$

Общее выражение для силы (1) может быть записано в виде ряда по мультипольным моментам. Для этого поверхность интегрирования $S$ выбирают в виде сферы или цилиндра с бесконечным радиусом и используют свойства рассеянных полей в дальней зоне. При учете лишь электрического $\mathbf{p}$ и магнитного $\mathbf{m}$ дипольных моментов сила, действующая на сферическую частицу, становится равной [18]

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\nabla\left(\mathbf{p}\overset{\downarrow}{\mathbf{E}}{}^*_{\mathrm{inc}}\right) + \nabla\left(\mathbf{m}\overset{\downarrow}{\mathbf{H}}{}^*_{\mathrm{inc}}\right)\right] - \frac{k_0^4}{3}\mathrm{Re}\left(\mathbf{p}\times\mathbf{m}^*\right), \tag{5}$$

где дифференциальные операторы действуют только на электрическое и магнитное поля (отмечено стрелкой над буквой); $k_0$ – волновое число в вакууме. Дипольные моменты выражаются через поляризуемости сферической частицы согласно $\mathbf{p} = \alpha_e \mathbf{E}_{\mathrm{inc}}$ и $\mathbf{m} = \alpha_m \mathbf{H}_{\mathrm{inc}}$.

Для цилиндрической частицы [22] последнее слагаемое в формуле (5) станет равным $\frac{\pi k_0^3}{2}\mathrm{Re}\left(\mathbf{p}\times\mathbf{m}^*\right)$, а дипольные моменты будут зависеть от поляризации падающего излучения (вдоль или поперек оси цилиндра) как $\mathbf{p}=\left[\alpha_e^{\parallel}\mathbf{e}_z\otimes\mathbf{e}_z+\alpha_e^{\perp}\left(1-\mathbf{e}_z\otimes\mathbf{e}_z\right)\right]\mathbf{E}_{\mathrm{inc}}$ и $\mathbf{m}=\left[\alpha_m^{\parallel}\mathbf{e}_z\otimes\mathbf{e}_z+\alpha_m^{\perp}\left(1-\mathbf{e}_z\otimes\mathbf{e}_z\right)\right]\mathbf{H}_{\mathrm{inc}}$.

Усредненный по времени момент сил – сумма орбитального и спинового моментов. Первый, $\mathbf{r}\times\mathbf{F}$, зависит от положения частицы и является вкладом орбитального момента волны, а второй в дипольном приближении равен [23]

$$\mathbf{K}=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\mathbf{p}\times\mathbf{E}_{\mathrm{inc}}^*+\mathbf{m}\times\mathbf{H}_{\mathrm{inc}}^*\right]. \tag{6}$$

В настоящей работе будет рассматриваться только спиновый момент сил.

## Электрическая и магнитная поляризуемости неоднородных частиц

Как для однородных, так и неоднородных объектов электрическая и магнитная поляризуемости выражаются через коэффициенты рассеяния. Для сферических частиц поляризуемости равны [18]

$$\alpha_e=\frac{3ia_1}{2k_0^3},\ \alpha_m=\frac{3ib_1}{2k_0^3}, \tag{7}$$

а коэффициенты Ми принимают вид [24]

$$\begin{gathered}a_l=\frac{j_l\left(n_0\rho\right)}{h_l^{(1)}\left(n_0\rho\right)}\mathbf{e}_\theta\left(\tilde{\Gamma}_l-\Gamma_l\right)^{-1}\left[\Gamma_l\left(\mathbf{e}_\theta+i\mu_0\left(\mathbf{e}_\theta\Gamma_l^{(0)}\mathbf{e}_\varphi\right)^{-1}\mathbf{e}_\varphi\right)-i\mu_0\mathbf{e}_\theta-\left(\mathbf{e}_\varphi\Gamma_l^{(0)}\mathbf{e}_\theta\right)\mathbf{e}_\varphi\right],\\ b_l=\frac{j_l\left(n_0\rho\right)}{i\mu_0h_l^{(1)}\left(n_0\rho\right)}\mathbf{e}_\theta\left(\tilde{\Gamma}_l-\Gamma_l\right)^{-1}\left[\Gamma_l\left(\mathbf{e}_\theta+i\mu_0\left(\mathbf{e}_\theta\Gamma_l^{(0)}\mathbf{e}_\varphi\right)^{-1}\mathbf{e}_\varphi\right)-i\mu_0\mathbf{e}_\theta-\left(\mathbf{e}_\varphi\Gamma_l^{(0)}\mathbf{e}_\theta\right)\mathbf{e}_\varphi\right],\end{gathered} \tag{8}$$

где $\rho=k_0R$ – параметр размера частицы; $\mathbf{e}_r$, $\mathbf{e}_\theta$ и $\mathbf{e}_\varphi$ – базисные векторы сферической системы координат; $\varepsilon_0$, $\mu_0$ и $n_0$ – диэлектрическая проницаемость, магнитная проницаемость и показатель преломления окружающей частицу среды соответственно; $\Gamma_l^{(0)}$ и $\tilde{\Gamma}_l$ – тензоры поверхностного импеданса для парциальных сферических волн, по которым раскладываются падающие (описываются сферическими функциями Бесселя $j_l\left(n_0k_0r\right)$ и рассеянные (описываются сферическими функциями Ханкеля $h_l^{(1)}\left(n_0k_0r\right)$) поля соответственно; $\Gamma_l$ – тензор поверхностного импеданса волн в сферической частице.

Рассмотрим анизотропную радиально-неоднородную частицу с проницаемостями $\hat{\varepsilon}=\varepsilon_1\left(h_0+h_2k_0^2r^2\right)^{-1}\mathbf{e}_r\otimes\mathbf{e}_r+\varepsilon_1\left(1-\mathbf{e}_r\otimes\mathbf{e}_r\right)$ и $\hat{\mu}=\mu_1\left(h_0+h_2k_0^2r^2\right)^{-1}\mathbf{e}_r\otimes\mathbf{e}_r+\mu_1\left(1-\mathbf{e}_r\otimes\mathbf{e}_r\right)$, где $\varepsilon_1$, $\mu_1$, $h_0$ и $h_2$ – постоянные. В этом случае поля в частице выражаются через сферические функции Бесселя дробного порядка [25], а коэффициенты Ми (8) равны

$$a_l=\frac{j_l\left(n_0\rho\right)}{h_l^{(1)}\left(n_0\rho\right)}\frac{\gamma_0D_l^{(0)}\left(n_0\rho\right)-\gamma_{1,l}D_{m_l}\left(\lambda_l\rho\right)}{\gamma_0\tilde{D}_l\left(n_0\rho\right)-\gamma_{1,l}D_{m_l}\left(\lambda_l\rho\right)},\quad b_l=\frac{j_l\left(n_0\rho\right)}{h_l^{(1)}\left(n_0\rho\right)}\frac{\gamma_0D_{m_l}\left(\lambda_l\rho\right)-\gamma_{-1,l}D_l^{(0)}\left(n_0\rho\right)}{\gamma_0D_{m_l}\left(\lambda_l\rho\right)-\gamma_{-1,l}\tilde{D}_l\left(n_0\rho\right)}, \tag{9}$$

где $\lambda_l=\sqrt{\varepsilon_1\mu_1-l\left(l+1\right)h_2}$; $\gamma_{-1,l}=\frac{\mu_1}{\lambda_l}$; $\gamma_{1,l}=\frac{\lambda_l}{\varepsilon_1}$; $m_l=\sqrt{l\left(l+1\right)h_0+\frac{1}{4}}-\frac{1}{2}$; $\gamma_0=\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$. Отношение производной функции Риккати – Бесселя к самой функции определено следующим образом: $D_l^{(0)}\left(x\right)=\frac{\left[xj_l\left(x\right)\right]'}{\left[xj_l\left(x\right)\right]}$, $D_{ml}\left(x\right)=\frac{\left[xj_{m_l}\left(x\right)\right]'}{\left[xj_{m_l}\left(x\right)\right]}$ и $\tilde{D}_l\left(x\right)=\frac{\left[xh_l^{(1)}\left(x\right)\right]'}{\left[xh_l^{(1)}\left(x\right)\right]}$. Отметим, что выбор $h_0=1$ и $h_2=0$ приводит к изотропному и однородному материалу частицы.

Для цилиндрических частиц коэффициенты Ми могут быть записаны в аналогичном виде:

$$a_l = -\frac{J_l(n_0\rho)}{H_l^{(1)}(n_0\rho)}\mathbf{e}_z\left(\tilde{\Gamma}_l - \Gamma_l\right)^{-1}\left[\Gamma_l\mathbf{e}_z - \left(\mathbf{e}_\varphi\Gamma_l^{(0)}\mathbf{e}_z\right)\mathbf{e}_\varphi\right],$$

$$b_l = -\frac{J_l(n_0\rho)}{H_l^{(1)}(n_0\rho)}\mathbf{e}_z\tilde{\Gamma}_l\left(\tilde{\Gamma}_l - \Gamma_l\right)^{-1}\left[\Gamma_l\left(\mathbf{e}_z\Gamma_l^{(0)}\mathbf{e}_\varphi\right)^{-1}\mathbf{e}_\varphi - \mathbf{e}_z\right], \qquad (10)$$

где $(r, \varphi, z)$ – цилиндрические координаты; $J_l(n_0\rho)$ и $H_l^{(1)}(n_0\rho)$ – цилиндрические функции Бесселя и Ханкеля первого рода; параметр размера $\rho = k_0 R$ теперь выражается через радиус цилиндрической частицы, а импедансы волн соответствуют цилиндрическим волнам.

Рассмотрим радиально-неоднородную частицу с тензорами проницаемости $\hat{\varepsilon} = \frac{r_0\varepsilon_1}{r}\mathbf{e}_r\otimes\mathbf{e}_r + \frac{\varepsilon_2}{2+\frac{r}{r_0}}\mathbf{e}_\varphi\otimes\mathbf{e}_\varphi + \frac{r_0\varepsilon_3}{r}\mathbf{e}_z\otimes\mathbf{e}_z$ и $\hat{\mu} = \frac{r_0\mu_1}{r}\mathbf{e}_r\otimes\mathbf{e}_r + \frac{\mu_2}{2+\frac{r}{r_0}}\mathbf{e}_\varphi\otimes\mathbf{e}_\varphi + \frac{r_0\mu_3}{r}\mathbf{e}_z\otimes\mathbf{e}_z$ [26], в которой могут распространяться цилиндрические электромагнитные волны, описывающиеся функциями Лежандра $F_l^{(1,2)}(x)$ первого и второго рода порядка $l$, где $r_0$, $\varepsilon_1$, $\varepsilon_2$, $\varepsilon_3$, $\mu_1$, $\mu_2$, $\mu_3$ – постоянные. Подставляя тензоры импеданса однородной внешней среды и частицы в формулы (10), находим следующие выражения для коэффициентов Ми неоднородной цилиндрической частицы:

$$a_l = \frac{J_l(n_0\rho)}{H_l^{(1)}(n_0\rho)}\frac{\gamma_0 D_l^{(0)}(n_0\rho) - \gamma_1 D_{p_{1l}}\left(1+\frac{\rho}{k_0r_0}\right)}{\gamma_0\tilde{D}_l(n_0\rho) - \gamma_1 D_{p_{1l}}\left(1+\frac{\rho}{k_0r_0}\right)},$$

$$b_l = \frac{J_l(n_0\rho)}{H_l^{(1)}(n_0\rho)}\frac{\gamma_0 D_{p_{2l}}\left(1+\frac{\rho}{k_0r_0}\right) - \gamma_2 D_l^{(0)}(n_0\rho)}{\gamma_0 D_{p_{2l}}\left(1+\frac{\rho}{k_0r_0}\right) - \gamma_2\tilde{D}_l(n_0\rho)}, \qquad (11)$$

где $p_{1l} = \sqrt{-k_0^2r_0^2\varepsilon_2\mu_3 + \frac{l^2\varepsilon_2}{\varepsilon_1} + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2}$; $p_{2l} = \sqrt{-k_0^2r_0^2\varepsilon_3\mu_2 - \frac{l^2\mu_2}{\mu_1} + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2}$; $\gamma_1 = \left(2+\frac{\rho}{k_0r_0}\right)/(k_0r_0\varepsilon_2)$; $\gamma_2 = \left(2+\frac{\rho}{k_0r_0}\right)/(k_0r_0\mu_2)$; $D_l^{(0)}(x) = \frac{[J_l(x)]'}{[J_l(x)]}$; $D_p(x) = \frac{\left[F_p^{(1)}(x)\right]'}{\left[F_p^{(1)}(x)\right]}$; $\tilde{D}_l(x) = \frac{\left[H_l^{(1)}(x)\right]'}{\left[H_l^{(1)}(x)\right]}$. Для того чтобы решения были регулярными внутри частицы, они выбираются в виде функций Лежандра первого рода.

В отличие от поляризуемостей сферических частиц (7) поляризуемости цилиндрических частиц анизотропны. Они выражаются через коэффициенты Ми (11) и равны следующим значениям [22]:

$$\alpha_e^{\parallel} = \frac{ib_0}{\pi k_0^2},\ \alpha_e^{\perp} = \frac{2ia_1}{\pi k_0^2},\ \alpha_m^{\parallel} = \frac{ia_0}{\pi k_0^2},\ \alpha_e^{\perp} = \frac{2ib_1}{\pi k_0^2}. \qquad (12)$$

## Оптические притягивающие силы в полях без градиента интенсивности

Рассмотрим оптические силы в поле пары плоских волн в плоскости $(x, y)$, распространяющихся под углами $+\psi$ и $-\psi$ по отношению к оси $z$. Электрические поля этих волн будем считать линейно-поляризованными вдоль оси $y$: $\mathbf{E}_{\text{inc}} = Ae^{ik_zz}\cos(k_xx)\mathbf{e}_y$, $\mathbf{H}_{\text{inc}} = \mu_0^{-1}k_0^{-1}Ae^{ik_zz}\left(-k_z\cos(k_xx)\mathbf{e}_x + ik_x\sin(k_xx)\mathbf{e}_z\right)$, где $A$ – амплитуда волны; $k_x = k_0n_0\sin\psi$; $k_z = k_0n_0\cos\psi$ – проекции волнового вектора. Для данного поля существует градиент интенсивности лишь вдоль оси $x$, поэтому градиентная сила выстраивает частицы в устойчивых положениях равновесия, соответствующих максимумам интенсивности $k_x x = \pi m$, где $m$ – целое число. Далее, нас будут интересовать неконсервативные, неградиентные силы вдоль оси $z$. Для дипольной сферической частицы получаем из (5)

$$F_z = \frac{k_z}{2}\left(\operatorname{Im}\alpha_e \left|\mathbf{E}_{\text{inc}}\right|^2 + \operatorname{Im}\alpha_m \left|\mathbf{H}_{\text{inc}}\right|^2\right) - \frac{k_0^4}{3}\operatorname{Re}\left(\alpha_e \alpha_m^* \mathbf{E}_{\text{inc}} \times \mathbf{H}_{\text{inc}}^*\right)\mathbf{e}_z. \qquad (13)$$

Поляризуемости частиц (7) выражаются через первые коэффициенты рассеяния Ми (9). Данное выражение применимо только для достаточно маленьких частиц, когда квадрупольными моментами можно пренебречь. На рис. 1 показано, что дипольное приближение можно использовать для описания поведения микрочастиц вплоть до $k_0 R = 1{,}3$. Далее, поведение кривых не только количественно, но и качественно отличается от точного расчета. При этом такая оценка справедлива для однородных и неоднородных частиц. Воздействие сил на очень маленькие неоднородные частицы сильнее, чем на однородные, так как первые более оптически плотные. Однако для больших размеров неоднородных частиц начинают сказываться потери материала, которые описываются мнимой частью диэлектрической проницаемости (параметр $h_0 = -0{,}1i$), и сила уменьшается (см. рис. 1, кривые *2* и *4*). Точный расчет силы выполнен с помощью формулы (3), причем рассеянные поля найдены в рамках операторной теории рассеяния [27].

Для пары плоских волн возможна ситуация, когда сила становится отрицательной, т. е. микрочастица будет притягиваться к источнику излучения. Для этого первое положительное слагаемое в (13) должно быть меньше второго, что возможно за счет уменьшения волнового числа $k_z$. Как было показано ранее, в случае сферических объектов сила может стать притягивающей, когда угол $\psi$ превышает 60° [28]. На рис. 2 приведены значения силы в дипольном приближении для однородной и неоднородных частиц. Для частицы с потерями оптическая сила не может стать отрицательной, поскольку поглощение материала соответствует неупругому столкновению фотонов падающей волны и рассеяние вперед подавлено (см. рис. 2, кривая *2*). На рис. 2 кривые *3* и *4* показывают влияние проницаемости в центре частицы. В случае кривой *3* радиальная компонента тензора проницаемости меняет знак при $k_0 r \approx 0{,}32$, а оптическая сила становится отрицательной уже при малых параметрах размером 0,6–0,8. Вторая область притягивающих сил вблизи $k_0 R = 1{,}5$ находится вне области применимости дипольного приближения, а потому должна исследоваться с учетом квадрупольных слагаемых. Притягивающие оптические силы, описываемые кривыми *3* и *4*, имеют бóльшие абсолютные значения, чем силы, действующие на однородные частицы. Будучи более оптически плотными, неоднородные сферы притягиваются при меньших $k_0 R$.

Спиновый момент сил в дипольном приближении (6) для данной волны задается слагаемым с магнитным полем

$$\mathbf{K} = \frac{1}{2}\operatorname{Re}\left(\alpha_m \mathbf{H}_{\text{inc}} \times \mathbf{H}_{\text{inc}}^*\right) = -\frac{k_x k_z}{2\mu_0^2 k_0^2} A^2 \operatorname{Im}\alpha_m \sin\left(2k_x x\right)\mathbf{e}_y. \qquad (14)$$

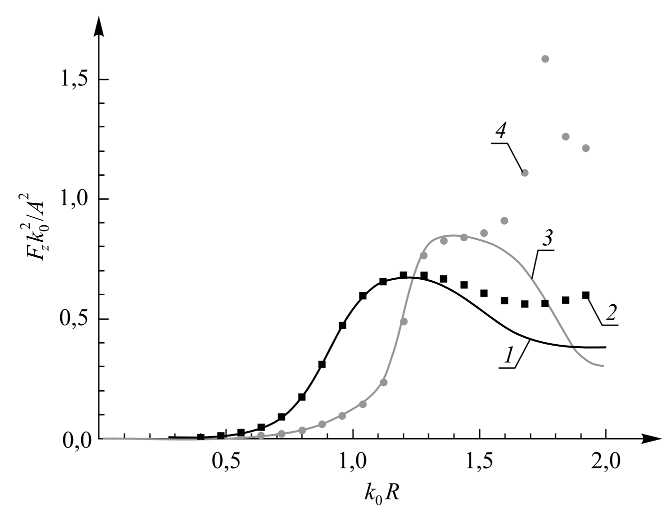


*Рис. 1.* Оптические силы, действующие на неоднородную (кривые *1* и *2*) и однородную (кривые *3* и *4*) сферические частицы в поле плоской волны, в зависимости от параметра размера $k_0 R$: *1*, *3* – расчет в дипольном приближении согласно (5); *2*, *4* – точный расчет согласно (3). Параметры: $\varepsilon_0 = \mu_0 = 1$, $\varepsilon_1 = 2{,}4^2$, $\mu_1 = 1$, $h_0 = -0{,}1i$, $h_2 = 1$

*Fig. 1.* Optical forces exerting on an inhomogeneous (curves *1* and *2*) and homogeneous (curves *3* and *4*) spherical particle in the field of plane wave depending on the size parameter $k_0 R$: *1*, *3* – calculation in dipole approximation according to equation (5); *2*, *4* – exact calculation using equation (3). Parameters: $\varepsilon_0 = \mu_0 = 1$, $\varepsilon_1 = 2.4^2$, $\mu_1 = 1$, $h_0 = -0.1i$, $h_2 = 1$

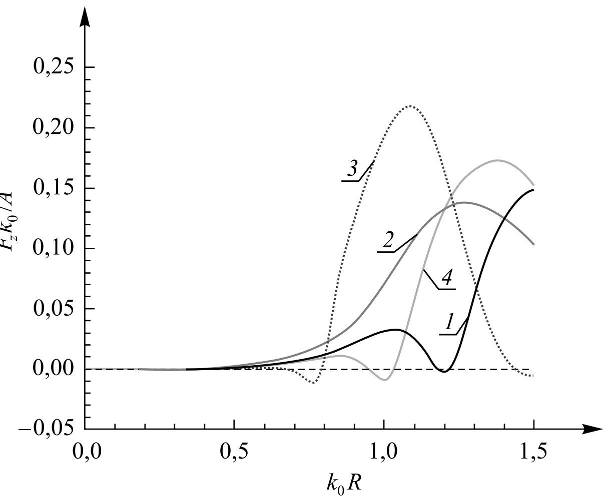


*Рис. 2.* Оптические силы в дипольном приближении, действующие на сферические частицы в поле пары плоских волн с углами 70° и –70° между волновыми векторами и осью $z$: *1* – $h_0 = 1$ и $h_2 = 0$ (однородная изотропная частица); *2* – $h_0 = -0{,}1i$ и $h_2 = 1$; *3* – $h_0 = -0{,}1$ и $h_2 = 1$; *4* – $h_0 = 0{,}1$ и $h_2 = 1$. Параметры: $\varepsilon_0 = \mu_0 = 1$, $\varepsilon_1 = 2{,}4^2$, $\mu_1 = 1$

*Fig. 2.* Optical forces in dipolar approximation exerting on spherical particles in the field of a couple of plane waves having angles 70° and –70° between the wavevectors and $z$ axis: *1* – $h_0 = 1$ and $h_2 = 0$ (homogeneous isotropic particle); *2* – $h_0 = -0.1i$ and $h_2 = 1$; *3* – $h_0 = -0.1$ and $h_2 = 1$; *4* – $h_0 = 0.1$ and $h_2 = 1$. Parameters: $\varepsilon_0 = \mu_0 = 1$, $\varepsilon_1 = 2.4^2$, $\mu_1 = 1$

Момент сил (14) отличен от нуля только для нелинейно-поляризованных волн, что может быть реализовано для пары волн ($\psi \neq 0$) при положении частицы $k_x x \neq \frac{\pi m}{2}$, где $m$ – целое число. Таким образом, во всех устойчивых положениях частица не будет вращаться.

Цилиндрические частицы, ориентированные в направлении оси $y$, подвергнутся воздействию силы

$$f_z = \frac{k_z}{2}\left(\mathrm{Im}\,\alpha_e\left|\mathbf{E}_{\mathrm{inc}}\right|^2 + \mathrm{Im}\,\alpha_m\left|\mathbf{H}_{\mathrm{inc}}\right|^2\right) - \frac{\pi k_0^3}{2}\mathrm{Re}\left(\alpha_e\alpha_m^*\mathbf{E}_{\mathrm{inc}} \times \mathbf{H}_{\mathrm{inc}}^*\right)\mathbf{e}_z \tag{15}$$

в поле пары плоских волн, следующей из формулы (4). Поляризуемости частиц (12) выражаются через нулевые и первые коэффициенты рассеяния Ми (11). На рис. 3 показана оптическая сила, действующая на цилиндры-диполи, для разных углов падения волн $\psi$. Притягивающая оптическая сила

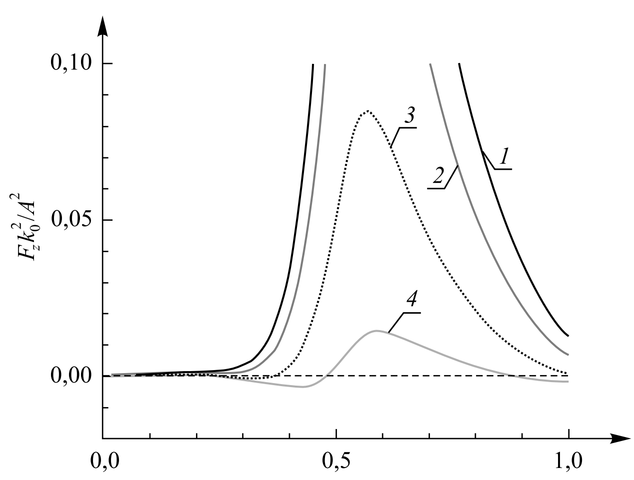


*Рис. 3.* Оптические силы в дипольном приближении, действующие на цилиндрические радиально-неоднородные частицы со стороны пары плоских волн: *1* – $\psi = 0°$; *2* – $\psi = 30°$; *3* – $\psi = 50°$; *4* – $\psi = 70°$. Параметры: $\varepsilon_0 = \mu_0 = 1$, $k_0r_0 = 1$, $\varepsilon_1 = 2{,}3$, $\varepsilon_2 = 4{,}5$, $\varepsilon_3 = 2{,}1$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 1$

*Fig. 3.* Optical forces in dipolar approximation exerting on cylindrical radially inhomogeneous particles from a couple of plane waves. *1* – $\psi = 0°$; *2* – $\psi = 30°$; *3* – $\psi = 50°$; *4* – $\psi = 70°$. Parameters: $\varepsilon_0 = \mu_0 = 1$, $k_0r_0 = 1$, $\varepsilon_1 = 2.3$, $\varepsilon_2 = 4.5$, $\varepsilon_3 = 2.1$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 1$

появляется при углах, превышающих 45°, как было предсказано в [22]. При увеличении $\psi$ сила отталкивания уменьшается, поскольку снижается $z$-проекция импульса поля. В то же время притягивающая сила увеличивается, так как она соответствует перенаправлению $x$-проекции импульса поля в направлении оси $z$ [29]. Обсуждение спинового момента сил для цилиндров повторяет описание для сферических частиц.

## Заключение

В работе осуществлен анализ оптических сил, действующих на радиально-неоднородные сферические и цилиндрические частицы. Силы рассчитаны двумя способами: с помощью интегрирования тензора максвелловских натяжений и в дипольном приближении. В первом способе используются рассеянные электромагнитные поля, полученные операторным методом, и сила вычисляется точно. Дипольное приближение справедливо лишь для малых частиц, когда высшие мультипольные порядки не возбуждаются. Проведено сравнение двух способов расчета сил и показано их согласование в области применимости дипольного приближения. Исследованы силы притяжения оптическим пучком без градиента интенсивности (парой плоских волн) для неоднородных сферических и цилиндрических частиц. Выполнено сравнение сил, действующих на неоднородные и однородные частицы. Рассчитан спиновый момент сил в дипольном приближении.

Неоднородность частицы изменяет ее оптическую плотность, сдвигая мультипольные резонансы в область более высоких или низких параметров размера. Неоднородность предоставляет возможность манипулировать оптической силой, например делая более выраженным притяжение частиц (см. рис. 2). Отметим, что отклонение от однородности изменяет силы, возмущая рассеянные поля или дипольные моменты в дипольном приближении (в этом случае анализ может быть проведен аналитически). Введение порога изменения силы, ниже которого ее можно считать неизменной, позволяет оценить допустимое отклонение от параметров однородной среды, т. е. судить о допустимых дефектах однородных частиц. В дипольном приближении однородные (и неоднородные) сферические и цилиндрические частицы дают качественно схожие результаты (ср. рис. 2 и 3), так как в каждом из случаев силы определяются лишь дипольными моментами (ср. формулы (13) и (15)). При больших размерах частиц сходство нарушается присутствием мультиполей высшего порядка.

## Библиографические ссылки

1. *Maxwell J. K.* A Treatise on Electricity and Magnetism. New York : Dover Publications Inc., 1954.
2. *Lebedew P. N.* Untersuchungen über die Druckkräfte des Lichtes // Annalen der Physik. 1901. Vol. 6. P. 433–460. DOI: 10.1002/andp.19013111102.
3. *Panah M. E. A., Semenova E., Lavrinenko A.* Enhancing Optical Forces in InP-Based Waveguides // Sci. Rep. 2017. Vol. 7. Article ID: 3106. DOI: 10.1038/s41598-017-03409-1.
4. *Armata F., Latmiral L., Pikovski I., et al.* Quantum and classical phases in optomechanics // Phys. Rev. A. 2016. Vol. 93. Article ID: 063862. DOI: 10.1103/PhysRevA.93.063862.
5. *Groblacher S., Hammerer K., Vanner M. R., et al.* Observation of strong coupling between a micromechanical resonator and an optical cavity field // Nature. 2009. Vol. 460. P. 724–727. DOI: 10.1038/nature08171.
6. *Usami K., Naesby A., Bagci T., et al.* Optical cavity cooling of mechanical modes of a semiconductor nanomembrane // Nat. Phys. 2012. Vol. 8. P. 168–172. DOI: 10.1038/NPHYS2196.
7. *Kippenberg T. J., Vahala K. J.* Cavity optomechanics: Back-action at the mesoscale. *Science.* 2008. Vol. 321. P. 1172–1176. DOI: 10.1126/science.1156032.
8. *Ashkin A., Dziedzic M. J., Bjorkholm E. J., et al.* Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles // Opt. Lett. 1986. Vol. 11. P. 288–290. DOI: 10.1364/OL.11.000288.
9. *Grier D. G.* A revolution in optical manipulation // Nat. Photonics. 2003. Vol. 424. P. 810–816. DOI: 10.1038/nature01935.
10. *Dholakia K., Zemánek P.* Colloquium: Gripped by light: Optical binding // Rev. Mod. Phys. 2010. Vol. 82. P. 1767–1791. DOI: 10.1103/RevModPhys.82.1767.
11. *Diekmann R., Wolfson D. L., Spahn C., et al.* Nanoscopy of bacterial cells immobilized by holographic optical tweezers // Nat. Commun. 2016. Vol. 7. Article ID: 13711. DOI: 10.1038/ncomms13711.
12. *Bui A. A. M., Stilgoe A. B., Lenton I. C. D., et al.* Theory and practice of simulation of optical tweezers // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transf. 2017. Vol. 195. P. 66–75. DOI: 10.1016/j.jqsrt.2016.12.026.
13. *Drobczyński S., Katarzyna Prorok, Konstantin Tamarov, et al.* Toward Controlled Photothermal Treatment of Single Cell: Optically Induced Heating and Remote Temperature Monitoring *In Vitro* through Double Wavelength Optical Tweezers // ACS Photonics. 2017. Vol. 4. P. 1993–2002. DOI: 10.1021/acsphotonics.7b00375.
14. *Chen J., Ng J., Lin Z., et al.* Optical pulling force // Nat. Photonics. 2011. Vol. 5. P. 531–534. DOI: 10.1038/nphoton.2011.153.
15. *Novitsky A., Qiu C.-W., Wang H., et al.* Single Gradientless Light Beam Drags Particles as Tractor Beams // Phys. Rev. Lett. 2011. Vol. 107. Article ID: 203601. DOI: 10.1103/PhysRevLett.107.203601.
16. *Sukhov S., Dogariu A.* Negative nonconservative forces: Optical «tractor beams» for arbitrary objects // Phys. Rev. Lett. 2011. Vol. 107. Article ID: 203602. DOI: 10.1103/PhysRevLett.107.203602.

17. *Jackson J. D.* Classical electrodynamics. New York : John Wiley and Sons, 1998.

18. *Nieto-Vesperinas M., Sáenz J. J., Gómez-Medina R., et al.* Optical forces on small magnetodielectric particles // Opt. Express. 2010. Vol. 18. P. 11428–11443. DOI: 10.1364/OE.18.011428.

19. *Goldstein M., Michalik E. R.* Theory of Scattering by an Inhomogeneous Solid Possessing Fluctuations in Density and Anisotropy // J. Appl. Phys. 1955. Vol. 26. P. 1450–1457. DOI: 10.1063/1.1721930.

20. *Simpson S. H., Hanna S.* Application of the discrete dipole approximation to optical trapping calculations of inhomogeneous and anisotropic particles // Opt. Express. 2011. Vol. 19. P. 16526–16541. DOI: 10.1364/OE.19.016526.

21. *Hellesø O. G.* Optical pressure and numerical simulation of optical forces // Appl. Opt. 2017. Vol. 56. P. 3354–3358. DOI: 10.1364/AO.56.003354.

22. *Novitsky A., Ding W., Wang M., et al.* Pulling cylindrical particles using a soft-nonparaxial tractor beam // Sci. Rep. 2017. Vol. 7. Article ID: 652. DOI: 10.1038/s41598-017-00735-2.

23. *Chaumet P. C., Rahmani A.* Electromagnetic force and torque on magnetic and negative-index scatterers // Opt. Express. 2009. Vol. 17. P. 2224–2234. DOI: 10.1364/OE.17.002224.

24. *Новицкий А. В., Альварес Родригес Р. Х., Галынский В. М.* Метод расчета коэффициентов рассеяния Ми на неоднородной бианизотропной сферической частице в рамках операторной теории рассеяния // Журн. Белорус. гос. ун-та. Физика. 2018. № 1. С. 25–32.

25. *Новицкий А. В., Альварес Родригес Р. Х., Галынский В. М.* Сферические бесселевы решения уравнений Максвелла в неоднородных вращательно-симметричных средах // Журн. Белорус. гос. ун-та. Физика. 2017. № 1. С. 52–60.

26. *Новицкий А. В., Альварес Родригес Р. Х., Галынский В. М.* Рассеяние электромагнитных волн неоднородными цилиндрически-симметричными бианизотропными объектами // Журн. Белорус. гос. ун-та. Физика. 2017. № 3. С. 41–49.

27. *Novitsky A., Shalin A. S., Lavrinenko A. V.* Spherically symmetric inhomogeneous bianisotropic media: Wave propagation and light scattering // Phys. Rev. A. 2017. Vol. 95. Article ID: 053818. DOI: 10.1103/PhysRevA.95.053818.

28. *Novitsky A., Qiu C.-W.* Pulling extremely anisotropic lossy particles using light without intensity gradient // Phys. Rev. A. 2014. Vol. 90. Article ID: 053815. DOI: 10.1103/PhysRevA.90.053815.

29. *Gao D., Novitsky A., Zhang T., et al.* Unveiling the correlation between non-diffracting tractor beam and its singularity in Poynting vector // Laser & Photonics Rev. 2015. Vol. 9. P. 75–82. DOI: 10.1002/lpor.201400071.

## References

1. Maxwell J. K. A Treatise on Electricity and Magnetism. New York : Dover Publications Inc., 1954.

2. Lebedew P. N. Untersuchungen über die Druckkräfte des Lichtes. *Annalen der Physik.* 1901. Vol. 6. P. 433–460. DOI: 10.1002/andp.19013111102.

3. Panah M. E. A., Semenova E., Lavrinenko A. Enhancing Optical Forces in InP-Based Waveguides. *Sci. Rep.* 2017. Vol. 7. Article ID: 3106. DOI: 10.1038/s41598-017-03409-1.

4. Armata F., Latmiral L., Pikovski I., et al. Quantum and classical phases in optomechanics. *Phys. Rev. A.* 2016. Vol. 93. Article ID: 063862. DOI: 10.1103/PhysRevA.93.063862.

5. Groblacher S., Hammerer K., Vanner M. R., et al. Observation of strong coupling between a micromechanical resonator and an optical cavity field. *Nature.* 2009. Vol. 460. P. 724–727. DOI: 10.1038/nature08171.

6. Usami K., Naesby A., Bagci T., et al. Optical cavity cooling of mechanical modes of a semiconductor nanomembrane. *Nat. Phys.* 2012. Vol. 8. P. 168–172. DOI: 10.1038/NPHYS2196.

7. Kippenberg T. J., Vahala K. J. Cavity optomechanics: Back-action at the mesoscale. *Science.* 2008. Vol. 321. P. 1172–1176. DOI: 10.1126/science.1156032.

8. Ashkin A., Dziedzic M. J., Bjorkholm E. J., et al. Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles. *Opt. Lett.* 1986. Vol. 11. P. 288–290. DOI: 10.1364/OL.11.000288.

9. Grier D. G. A revolution in optical manipulation. *Nat. Photonics.* 2003. Vol. 424. P. 810–816. DOI: 10.1038/nature01935.

10. Dholakia K., Zemánek P. Colloquium: Gripped by light: Optical binding. *Rev. Mod. Phys.* 2010. Vol. 82. P. 1767–1791. DOI: 10.1103/RevModPhys.82.1767.

11. Diekmann R., Wolfson D. L., Spahn C., et al. Nanoscopy of bacterial cells immobilized by holographic optical tweezers. *Nat. Commun.* 2016. Vol. 7. Article ID: 13711. DOI: 10.1038/ncomms13711.

12. Bui A. A. M., Stilgoe A. B., Lenton I. C. D., et al. Theory and practice of simulation of optical tweezers. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transf.* 2017. Vol. 195. P. 66–75. DOI: 10.1016/j.jqsrt.2016.12.026.

13. Drobczyński S., Katarzyna Prorok, Konstantin Tamarov, et al. Toward Controlled Photothermal Treatment of Single Cell: Optically Induced Heating and Remote Temperature Monitoring *In Vitro* through Double Wavelength Optical Tweezers. *ACS Photonics.* 2017. Vol. 4. P. 1993–2002. DOI: 10.1021/acsphotonics.7b00375.

14. Chen J., Ng J., Lin Z., et al. Optical pulling force. *Nat. Photonics.* 2011. Vol. 5. P. 531–534. DOI: 10.1038/nphoton.2011.153.

15. Novitsky A., Qiu C.-W., Wang H., et al. Single Gradientless Light Beam Drags Particles as Tractor Beams. *Phys. Rev. Lett.* 2011. Vol. 107. Article ID: 203601. DOI: 10.1103/PhysRevLett.107.203601.

16. Sukhov S., Dogariu A. Negative nonconservative forces: Optical «tractor beams» for arbitrary objects. *Phys. Rev. Lett.* 2011. Vol. 107. Article ID: 203602. DOI: 10.1103/PhysRevLett.107.203602.

17. Jackson J. D. Classical electrodynamics. New York : John Wiley and Sons, 1998.

18. Nieto-Vesperinas M., Sáenz J. J., Gómez-Medina R., et al. Optical forces on small magnetodielectric particles. *Opt. Express.* 2010. Vol. 18. P. 11428–11443. DOI: 10.1364/OE.18.011428.

19. Goldstein M., Michalik E. R. Theory of Scattering by an Inhomogeneous Solid Possessing Fluctuations in Density and Anisotropy. *J. Appl. Phys.* 1955. Vol. 26. P. 1450–1457. DOI: 10.1063/1.1721930.

20. Simpson S. H., Hanna S. Application of the discrete dipole approximation to optical trapping calculations of inhomogeneous and anisotropic particles. *Opt. Express.* 2011. Vol. 19. P. 16526–16541. DOI: 10.1364/OE.19.016526.

21. Hellesø O. G. Optical pressure and numerical simulation of optical forces. *Appl. Opt.* 2017. Vol. 56. P. 3354–3358. DOI: 10.1364/AO.56.003354.

22. Novitsky A., Ding W., Wang M., et al. Pulling cylindrical particles using a soft-nonparaxial tractor beam. *Sci. Rep.* 2017. Vol. 7. Article ID: 652. DOI: 10.1038/s41598-017-00735-2.

23. Chaumet P. C., Rahmani A. Electromagnetic force and torque on magnetic and negative-index scatterers. *Opt. Express*. 2009. Vol. 17. P. 2224–2234. DOI: 10.1364/OE.17.002224.

24. Novitsky A. V., Alvarez Rodriguez R. J., Galynsky V. M. Calculation method for Mie scattering coefficients by inhomogeneous bianisotropic spherical particle within the operator scattering theory. *J. Belarus. State Univ. Phys*. 2018. No. 1. P. 25–32 (in Russ.).

25. Novitsky A. V., Alvarez Rodriguez R. J., Galynsky V. M. Spherical Bessel solutions of Maxwell's equations in inhomogeneous rotationally symmetric media. *J. Belarus. State Univ. Phys*. 2017. No. 1. P. 52–60 (in Russ.).

26. Novitsky A. V., Alvarez Rodriguez R. J., Galynsky V. M. Electromagnetic wave scattering by inhomogeneous cylindrically symmetric bianisotropic objects. *J. Belarus. State Univ. Phys*. 2017. No. 3. P. 41–49 (in Russ.).

27. Novitsky A., Shalin A. S., Lavrinenko A. V. Spherically symmetric inhomogeneous bianisotropic media: Wave propagation and light scattering. *Phys. Rev. A*. 2017. Vol. 95. Article ID: 053818. DOI: 10.1103/PhysRevA.95.053818.

28. Novitsky A., Qiu C.-W. Pulling extremely anisotropic lossy particles using light without intensity gradient. *Phys. Rev. A*. 2014. Vol. 90. Article ID: 053815. DOI: 10.1103/PhysRevA.90.053815.

29. Gao D., Novitsky A., Zhang T., et al. Unveiling the correlation between non-diffracting tractor beam and its singularity in Poynting vector. *Laser & Photonics Rev.* 2015. Vol. 9. P. 75–82. DOI: 10.1002/lpor.201400071.

*Статья поступила в редколлегию 24.12.2017.*
*Received by editorial board 24.12.2017.*