

УДК 535.32+535.44

## ФОТООРИЕНТАЦИЯ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛОВ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ФАЗОВЫХ ПРОФИЛЕЙ ЗА СЧЕТ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФАЗЫ

В. Ю. СТАНЕВИЧ<sup>1)</sup>, А. А. МУРАВСКИЙ<sup>1), 2)</sup>

<sup>1)</sup>Институт химии новых материалов НАН Беларуси,  
ул. Франциска Скорины, 36, 220141, г. Минск, Беларусь

<sup>2)</sup>Белорусский государственный университет, пр. Независимости, 4, 220030, г. Минск, Беларусь

Даны представления о геометрической фазе, или фазе Панчаратнама – Берри, ее природе и применении для создания фотонных жидкокристаллических устройств в виде фотоориентированных тонких пленок нематических жидких кристаллов. Отражено значение сильной азимутальной энергии сцепления, а также двулучепреломления в пленке фотоориентанта жидкого кристалла для формирования градиентов геометрической фазы. Показана зависимость набега фазы циркулярно поляризованного света, проходящего через полуволновую фазовую пластину, от азимутального угла ориентации пластины, и отмечено, что данная зависимость лежит в основе формирования распределения геометрической фазы оптических жидкокристаллических устройств, работающих в циркулярно поляризованном свете. Введен эффективный показатель преломления для характеристики оптических свойств линейной периодической структуры жидкого кристалла, формирующей профиль поверхности геометрической фазы. Приведены примеры успешной реализации фотонных жидкокристаллических устройств (поляризационная дифракционная решетка, кольцевая дифракционная решетка,  $q$ -пластина,  $q$ -пластина с фазовым ядром), для которых выполнен анализ распределений геометрической фазы и построены профили фазовых поверхностей, обеспечивающих функционирование устройств.

**Ключевые слова:** фазовый профиль; геометрическая фаза; фаза Панчаратнама – Берри; фотоориентация; жидкие кристаллы; фотоника жидких кристаллов.

## LIQUID CRYSTAL'S PHOTOALIGNMENT FOR FORMATION OF PHASE PROFILES VIA GEOMETRIC PHASE DISTRIBUTION

V. Yu. STANEVICH<sup>a</sup>, A. A. MURAVSKY<sup>a, b</sup>

<sup>a</sup>Institute of Chemistry of New Materials, National Academy of Sciences of Belarus,  
36 Francyska Skaryny Street, Minsk 220141, Belarus

<sup>b</sup>Belarusian State University, 4 Niezaliežnasci Avenue, Minsk 220030, Belarus

Corresponding author: V. Yu. Stanevich (veronika.stanevich@gmail.com)

Basic understandings on the concept of geometric phase, also known as Pancharatnam – Berry phase, and its application to creation of photonic liquid crystal devices as thin-films of photoaligned nematic liquid crystals are presented.

### Образец цитирования:

Станевич ВЮ, Муравский АА. Фотоориентация жидких кристаллов для формирования фазовых профилей за счет распределения геометрической фазы. *Журнал Белорусского государственного университета. Физика.* 2022;3:10–25. <https://doi.org/10.33581/2520-2243-2022-3-10-25>

### For citation:

Stanevich VYu, Muravsky AA. Liquid crystal's photoalignment for formation of phase profiles via geometric phase distribution. *Journal of the Belarusian State University. Physics.* 2022;3: 10–25. Russian. <https://doi.org/10.33581/2520-2243-2022-3-10-25>

### Авторы:

**Вероника Юрьевна Станевич** – стажер младшего научно-сотрудника лаборатории материалов и технологий ЖК-устройств.

**Александр Анатольевич Муравский** – кандидат физико-математических наук, доцент; заведующий лабораторией материалов и технологий ЖК-устройств<sup>1)</sup>, доцент кафедры физической оптики и прикладной информатики физического факультета<sup>2)</sup>.

### Authors:

**Veronika Yu. Stanevich**, trainee of junior researcher at the laboratory of materials and technologies of LC devices.

[veronika.stanevich@gmail.com](mailto:veronika.stanevich@gmail.com)

**Alexander A. Muravsky**, PhD (physics and mathematics), docent; head of the laboratory of materials and technologies of LC devices<sup>a</sup> and associate professor at the department of physical optics and applied informatics, faculty of physics<sup>b</sup>.

[alexander.muravsky@ichnm.by](mailto:alexander.muravsky@ichnm.by)

The significance of the strong azimuthal anchoring energy and the role of birefringence in liquid crystal photoalignment layer for formation of geometric phase gradients are shown. The dependence of phase retardation of circular polarised light passing through the half-wave phase plate on the azimuthal angle of the plate orientation is explained in details, as it gives ground to formation of geometric phase distribution of optical liquid crystal devices, working in circular polarised light. The effective refractive index is introduced for characterisation of the optical properties of linear periodic liquid crystal's structure that forms profile of geometric phase surface. The successful implementations of photonic liquid crystal devices (polarisation diffraction grating, annular diffraction grating,  $q$ -plate,  $q$ -plate with a phase core) are analysed in terms of geometric phase distributions and the corresponding equations of profile of the phase surfaces that ensure functioning of the devices are presented.

**Keywords:** phase profile; geometric phase; Pancharatnam – Berry phase; photoalignment; liquid crystals; liquid crystal photonics.

## Введение

За последние 15 лет успехи технологий жидких кристаллов (ЖК) дали импульс появлению передовых оптических материалов для создания новых фотонных устройств. Значительный успех обусловлен развитием технологий ориентации ЖК и разработкой эффективных фотоориентирующих материалов, тонкие пленки которых обеспечивают возможность задавать направление ориентации ЖК на их поверхности согласно ориентации линейной поляризации предшествующего светового воздействия. Это позволило реализовать колоссальный потенциал ЖК-пленок как трехмерно-структурированных анизотропных оптических материалов для создания тонкопленочных оптических устройств, основанных на пространственной модуляции геометрической фазы, или фазы Панчаратнама – Берри.

Классические оптические устройства (линзы, призмы, зеркала и др.) основаны на преломлении или отражении света на границах раздела сред с различным показателем преломления. При этом эффект оптического преобразования заключается в изменении направления распространения светового пучка на входе в оптическую систему устройства и выходе из нее, что определяется набегом оптической фазы для каждой точки поверхности устройства, пересекаемого пучком. Механическая обработка форм поверхностей элемента оптической системы и комбинация материалов с различным показателем преломления определяют итоговый профиль фазовой поверхности устройства, обуславливающий его функционал. При этом возможно уменьшить толщину и материалоемкость оптического элемента путем исключения объема материала, кратного набегу фазы  $2\pi$ . Такие оптические элементы, известные как линзы Френеля, призмы Френеля и др. [1, с. 78–85], являются плоскими и имеют сложную форму, получаемую путем разрыва профиля фазовой поверхности. При создании формы точное воспроизведение разрыва фазы требует бесконечного градиента высоты, что на практике аппроксимируют резким перепадом высоты, который имеет ограничения при любом методе изготовления (механическая обработка, фотолитография и др.). Неточность изготовления эквивалента профиля фазовой поверхности снижает качество плоских оптических устройств.

Высокотехнологичное структурирование анизотропных оптических материалов, таких как ЖК, открывает альтернативный способ формирования профиля фазовой поверхности за счет распределения геометрической фазы, применимый для создания полнофункциональных оптических устройств. Этот способ не является широко известным, и в настоящее время в мире ведутся активные исследования по разработке технологии геометрической фазы для создания фотонных устройств. Изготовление плоских оптических устройств на основе профилирования геометрической фазы требует глубоких знаний в области технологий ЖК, фотоориентации, анизотропной оптики и голографии. В данной работе изложены представления о природе геометрической фазы, приведены примеры успешной реализации фотонных ЖК-устройств, для которых выполнен анализ распределений геометрической фазы и построены профили фазовых поверхностей, обеспечивающих функционирование устройств.

## Материалы и методы, теоретические основы исследования

Благодаря технологиям фотоориентации [2] существует возможность формировать заданные распределения азимутального угла ориентации ЖК поверхностью слоя фотоориентанта, экспонированного задающим распределением ориентаций линейной поляризации света постоянной интенсивности. Для этого на стеклянную подложку жидкостным методом наносится пленка фотоориентирующего материала, толщина которой после сушки, как правило, составляет 10–80 нм. Особенностью такой фоточувствительной пленки является свойство фотоиндуцированного поверхностного анизотропного взаимодействия с ЖК-материалом, благодаря чему после экспонирования поляризованным светом ее поверхность приобретает способность ориентировать ЖК (рис. 1).

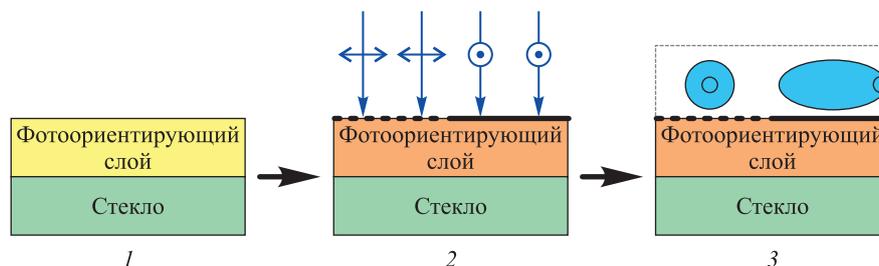


Рис. 1. Основные этапы процесса фотоориентации ЖК:

- 1 – нанесение фотоориентирующего слоя и сушка;
- 2 – экспонирование линейно-поляризованным светом;
- 3 – ориентация ЖК поверхностью фотоориентирующего слоя

Fig. 1. Process flow of liquid crystal's photoalignment: 1 – film coating and baking; 2 – linearly polarised light exposure; 3 – surface alignment of liquid crystal

В зависимости от типа фотоориентирующего материала возможна ориентация ЖК параллельно [3] или перпендикулярно [4] направлению линейной поляризации экспозиции. Однако для точного формирования структуры фотонных ЖК-устройств желательно иметь фотоориентирующие слои, обеспечивающие минимальные отклонения направления ориентации директора ЖК ( $\vec{n}_0$ ) на поверхности от направления, задаваемого поверхностью фотоориентирующего слоя (рис. 2). Такая характеристика фотоориентанта называется константой азимутальной энергии сцепления материала  $W_a$ . Она определяет величину поверхностной энергии  $A_a$ , которая возникает при отклонении директора ЖК на поверхности от направления  $\varphi$ , задаваемого ориентантом в плоскости подложки, на угол  $\Delta\varphi$ .

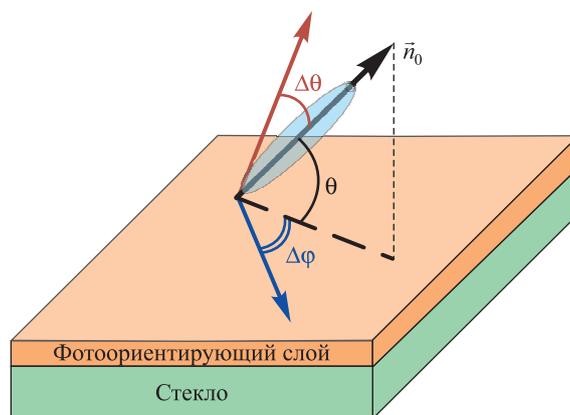


Рис. 2. Схема ориентации директора ЖК ( $\vec{n}_0$ )

на поверхности фотоориентирующего слоя с отклонениями от задаваемой ориентации в полярном ( $\Delta\theta$ ) и азимутальном ( $\Delta\varphi$ ) направлениях

Fig. 2. Orientation scheme of liquid crystal director ( $\vec{n}_0$ ) on the photoalignment film surface with deviations from the target orientation in the polar ( $\Delta\theta$ ) and azimuthal ( $\Delta\varphi$ ) directions

В приближении Рапини – Папулара [5] азимутальная энергия сцепления имеет вид

$$A_a = \frac{1}{2} W_a \sin^2 \Delta\varphi.$$

Стоит отметить, что в общем случае для характеристики ориентантов ЖК также используют полярный угол  $\theta$ , отклонение от задаваемого угла подвеса на поверхности  $\Delta\theta$  и связанную с ним величину константы полярной энергии сцепления  $W_p$ . Однако во всех известных случаях для констант энергии сцепления имеет место неравенство  $W_p > W_a$ , подтверждающее теоретические представления об азимутальной энергии сцепления как части полярной энергии сцепления [6]. В то же время при нормальном экспонировании фотоориентантов, как правило, получают нулевые значения угла подвеса, т. е.  $\theta \equiv 0$ , поэтому свойства фотоориентирующих материалов оценивают посредством константы азимутальной энергии сцепления.

Ориентанты со значением константы азимутальной энергии сцепления, превышающим  $10^{-5}$  Дж/м<sup>2</sup>, принято считать материалами с сильным сцеплением. Особенности применения отображения информации в ЖК-устройствах на практике не требуют больших градиентов азимутального направления,

поэтому незначительные отклонения азимутального угла эмпирически учитываются при проектировании оптической системы и не оказывают существенного влияния на оптические характеристики ЖК-дисплеев. В то же время в общем случае фотонные ЖК-устройства требуют гораздо более резких изменений азимутального угла и значительных градиентов  $\frac{\partial \varphi}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial \varphi}{\partial y}$  азимутального направления. При этом неточности ориентации ЖК в азимутальном направлении, связанные с отклонениями директора на поверхности из-за недостаточных значений константы азимутальной энергии сцепления, снижают точность воспроизведения структуры распределения директора на ориентирующей поверхности и в объеме ЖК-материала, что ограничивает свойства получаемого фотонного ЖК-устройства. Так, для плоской ЖК-линзы диаметром 20 мм, изготовленной по технологии геометрической фазы на основе азокрасителя-фотоориентанта РААD-72 и полимеризуемого ЖК RLCS-7, минимальный период структуры на краю составлял около 20 мкм [7]. Уменьшение периода структуры для увеличения градиента фазы и размера ЖК-линзы ограничивается возможностями фотоориентирующего материала.

Из многообразия фотоориентантов ЖК наибольшими значениями константы азимутальной энергии сцепления обладают азокрасители типа AtA-2 ( $2,4 \cdot 10^{-4}$  Дж/м<sup>2</sup>) [8], SD-1 ( $7,2 \cdot 10^{-5}$  Дж/м<sup>2</sup>) [9] и ВУ ( $2,2 \cdot 10^{-6}$  Дж/м<sup>2</sup>) [10].

Существенной особенностью азокрасителя AtA-2 является способность к наведению двулучепреломления в пленке фотоориентанта при ее фотоэкспонировании, благодаря чему при рассмотрении тонкопленочной оптической системы ЖК-устройства возникают условия автокомпенсации оптического эффекта отклонения директора ЖК на поверхности от задаваемого направления за счет фазовой задержки  $\delta_1$ , индуцированной в ориентанте [11]. Это позволяет получать оптически корректные распределения фазы ЖК-структуры со значительными градиентами азимутального угла при конечной азимутальной энергии сцепления. Таким образом, фотоориентанты типа AtA-2 являются наиболее подходящими для создания фотонных ЖК-устройств на основе геометрической фазы, или фазы Панчаратнама – Берри.

Для понимания природы геометрической фазы рассмотрим преобразование параметров света жидкокристаллической фазовой пластиной нулевого порядка. При постоянной толщине незакрученного слоя ЖК, соответствующей полуволновой фазовой пластине, азимутальное направление ориентации в плоскости подложки задает величину фазовой задержки для циркулярно поляризованного света. Для пояснения рассмотрим нормальное прохождение циркулярно поляризованного света  $\tilde{E}_0$  через полуволновую фазовую пластину, повернутую под некоторым углом  $\alpha$  (рис. 3).

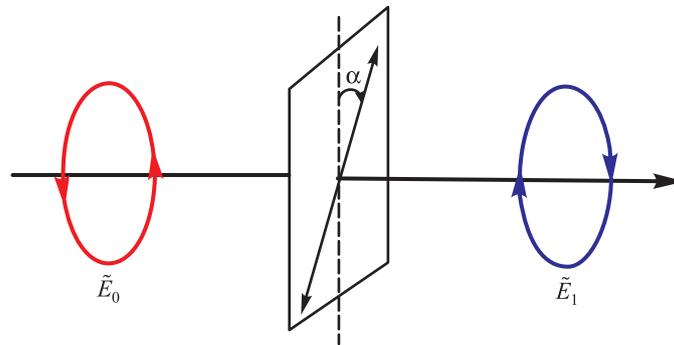


Рис. 3. Нормальное прохождение циркулярно поляризованного света  $\tilde{E}_0$  через полуволновую фазовую пластину, повернутую под некоторым углом  $\alpha$

Fig. 3. Normal transmission of circularly polarised light through a half-wave plate rotated at some angle  $\alpha$

Согласно формализму метода матриц Джонса вектор выходной поляризации  $\tilde{E}_1$  имеет вид

$$\tilde{E}_1 = R(\alpha) M_{\lambda/2} R(-\alpha) \tilde{E}_0, \quad (1)$$

где  $R(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}$  – матрица поворота;  $M_{\lambda/2} = \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$  – матрица полуволновой пластины [12, p. 376].

Перемножив матрицы формулы (1), получим [13]

$$\tilde{E}_1 = -i \begin{pmatrix} \cos(2\alpha) & \sin(2\alpha) \\ \sin(2\alpha) & -\cos(2\alpha) \end{pmatrix} \tilde{E}_0. \quad (2)$$

Запишем векторы напряженности светового поля для правоциркулярной и левоциркулярной поляризации [12, р. 376]:

$$\tilde{E}_R = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$\tilde{E}_L = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Пусть  $\tilde{E}_0$  – правоциркулярный свет, т. е.  $\tilde{E}_0 = \tilde{E}_R$ , тогда, подставляя формулу (3) в выражение (2), получаем

$$\tilde{E}_1 = e^{i\left(\frac{3\pi}{2} - 2a\right)} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} = e^{2\pi i} e^{-i\left(\frac{\pi}{2} + 2a\right)} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} = e^{-i\left(\frac{\pi}{2} + 2a\right)} \tilde{E}_L. \quad (5)$$

Если  $\tilde{E}_0$  – левоциркулярный свет, т. е.  $\tilde{E}_0 = \tilde{E}_L$ , то после подстановки формулы (4) в выражение (2) имеем

$$\tilde{E}_1 = e^{i\left(\frac{\pi}{2} + 2a\right)} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} = e^{i\left(\frac{\pi}{2} + 2a\right)} \tilde{E}_R. \quad (6)$$

Из формулы (5) видно, что при прохождении через фазовую пластину  $\frac{\lambda}{2}$  правоциркулярно поляризованный свет становится левоциркулярным и приобретает дополнительную оптическую фазу  $-\frac{\pi}{2}$  и геометрическую фазу (фазу Панчаратнама – Берри)  $-2\alpha$ .

Увеличение набега фазы в среде на  $2\pi$  равнозначно повороту азимутального угла на  $\pi$ , что не требует разрыва континуума азимутальной ориентации директора в силу оси симметрии  $C_2$  нематической ЖК-среды. Это является существенным преимуществом перед френелевскими оптическими устройствами.

Формула (6) показывает преобразование фазовой пластиной левоциркулярно поляризованного света в правоциркулярный с приобретением дополнительной оптической фазы  $\frac{\pi}{2}$  и геометрической фазы (фазы Панчаратнама – Берри)  $2\alpha$ .

Формулы (5) и (6) можно объединить, используя обозначение  $\sigma$  (для правоциркулярного света  $\sigma = +1$ , для левоциркулярного света  $\sigma = -1$ ):

$$\tilde{E}_1 = e^{-i\sigma\left(\frac{\pi}{2} + 2a\right)} E_{-\sigma}.$$

Часть фазы, зависящая от азимутального угла ориентации полуволновой пластины  $\alpha$ , называется фазой Берри и, как показано в работе [14], записывается в виде

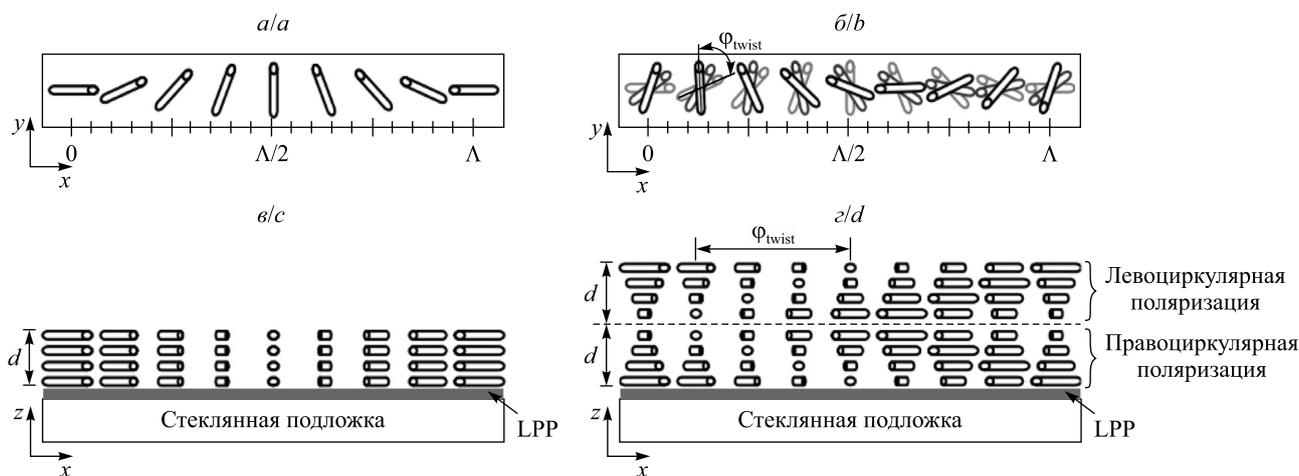
$$\Phi_B = 2\sigma\alpha. \quad (7)$$

В случае холестерических ЖК эффект набега фазы проявляется в отраженном свете для циркулярно поляризованного света, соответствующего знаку хиральности холестерических ЖК, и зависит от азимутальной ориентации ЖК-материала, задаваемой поверхностью ориентанта [14].

### Распределение геометрической фазы в ЖК-устройствах

ЖК-устройства на основе геометрической фазы представляют собой слой ЖК, фазовая толщина которого соответствует полуволновой пластине, и отличаются распределением директора ЖК в азимутальном направлении, формируемым методом фотоориентации.

**Фазовый профиль – плоскость.** ЖК-устройства с одномерным распределением директора ЖК в азимутальном направлении называются поляризационными дифракционными ЖК-решетками. При линейном увеличении азимутального угла ориентации ЖК  $\phi$  вдоль направления  $\vec{x}$  на расстоянии  $\Lambda$ , называемом периодом структуры, угол совершает оборот на  $\pi$ . В работе [15] предложены ахроматические поляризационные решетки, получаемые путем комбинации двух закрученных слоев ЖК с разным знаком закрутки (рис. 4). Экспериментальные образцы таких поляризационных решеток [16] демонстрируют дифракцию неполяризованного света преимущественно в порядке  $m = \pm 1$  (рис. 5, а, б). При этом происходит разделение светового потока по поляризации: в порядок  $m = +1$  попадает правоциркулярно поляризованный свет, а в порядок  $m = -1$  – левоциркулярно поляризованный свет (рис. 5, в).



LPP (linear photopolymer) – линейный фотополимер

Рис. 4. Базовая геометрия поляризационной решетки (*a* – вид сверху; *в* – вид сбоку). Ахроматическая поляризационная решетка с двумя хиральными слоями ЖК с разным знаком закрутки (*б* – вид сверху; *г* – вид сбоку).

Источник: [15]

Fig. 4. Basic geometry of a polarisation grating (*a* – top view; *c* – side view). Achromatic polarisation grating with two chiral layers (opposite twist sense) (*b* – top view; *d* – side view). Source: [15]

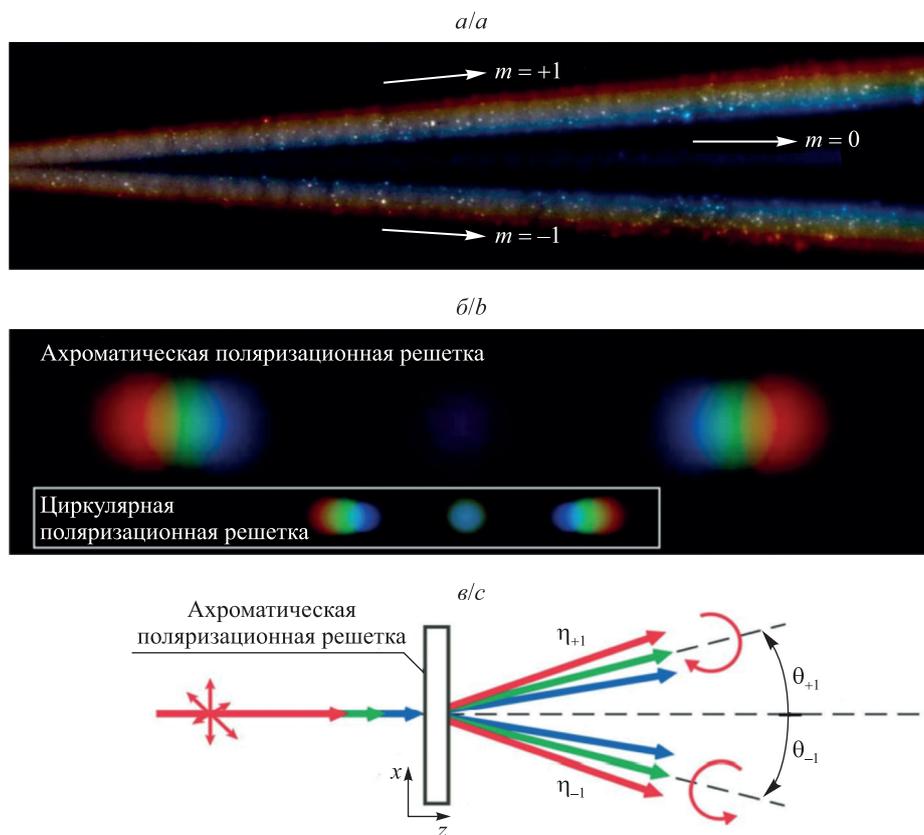


Рис. 5. Фотографии дифракции неполяризованного света белого светодиода на ахроматической поляризационной решетке (*a* – вид сверху (при пересечении белой карты); *б* – вид картины на экране). Оптическая схема дифракции (появляются только порядки  $m = \pm 1$ ) (*в*).

Источник: [16]

Fig. 5. Photographs of unpolarised white LED light diffraction on an achromatic polarisation grating (*a* – plan view (intersecting a white card); *b* – projected screen view). Diffraction geometry (note only the  $m = \pm 1$  orders emerge) (*c*).

Source: [16]

Для правоциркулярно поляризованного света лазерных длин волн 473; 535 и 633 нм эффективность дифракции ахроматической решетки в порядок  $m = +1$  ( $\eta_{+1}$ ) составила более 99 % при периоде структуры  $\Lambda = 6,5$  мкм [16].

Рассмотрим геометрическую фазу, соответствующую распределению ЖК-структуры, представленной на рис. 4. Толщина слоя ЖК обеспечивает фазовый набег, эквивалентный полуволновой фазовой пластине. Обозначим через  $\alpha$  азимутальный угол ориентации оси фазовой пластины, который зависит от координаты  $x$  следующим образом:

$$\alpha(x) = \frac{\pi x}{\Lambda}.$$

По формуле (7) получаем зависимость фазы Берри вида

$$\Phi_B(x) = 2\pi\sigma \frac{x}{\Lambda}.$$

Такая зависимость определяет поверхность геометрической фазы в виде наклонной плоскости. Ее фазовый профиль представлен на рис. 6.

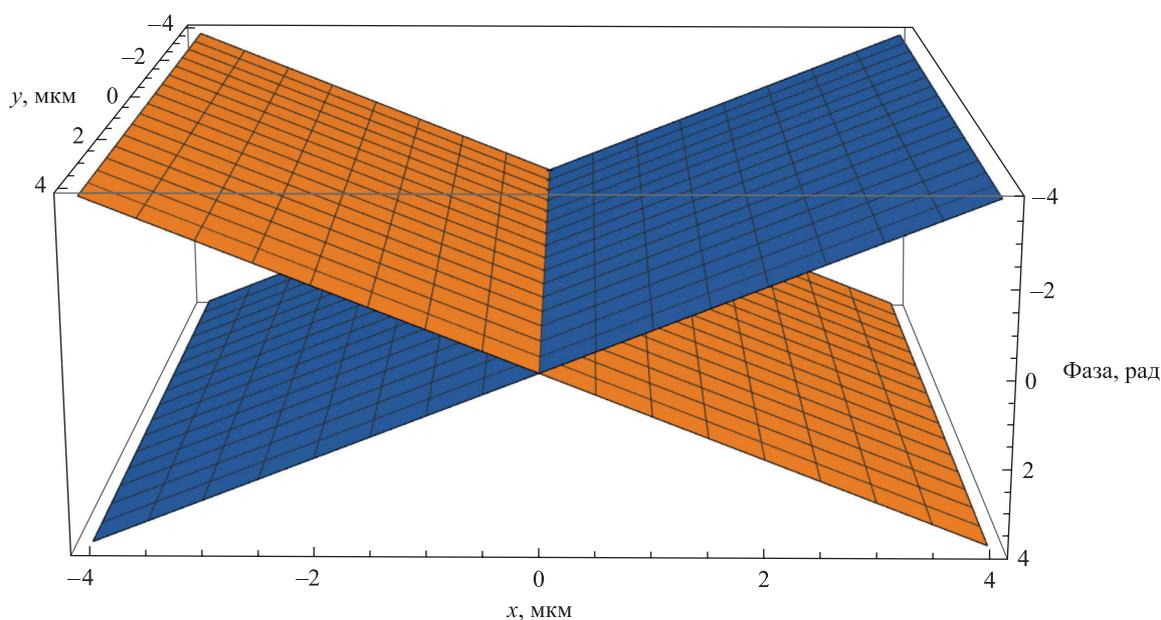


Рис. 6. Профиль поверхности геометрической фазы для поляризационной дифракционной ЖК-решетки

Fig. 6. Profile of the geometric phase surface for a polarisation diffraction liquid crystal grating

Поляризационной дифракционной решетке соответствуют два различных фазовых профиля – две наклонные плоскости, угол наклона каждой из которых ( $\nu_\sigma$ ) зависит от  $\sigma$ -поляризации падающего света.

При распространении неполяризованного света через поляризационную решетку на основе полимерной пленки, формируемой из полимеризуемого ЖК (рис. 7), направление азимутальной ориентации которого задается одной стеклянной подложкой методом фотоориентации, неполяризованный свет можно представить как содержащий две ортогональные циркулярно поляризованные компоненты.

Оранжевым цветом изображены профиль фазовой поверхности и ход распространения световой волны для исходной левоциркулярно поляризованной компоненты  $\tilde{E}_{-1}$  ( $\sigma = -1$ ). Угол наклона фазовой плоскости является отрицательным ( $\nu_{-1} < 0$ ) и направлен по часовой стрелке.

Синим цветом изображены профиль фазовой поверхности и ход распространения световой волны для исходной правоциркулярно поляризованной компоненты  $\tilde{E}_{+1}$  ( $\sigma = +1$ ). Угол наклона фазовой плоскости является положительным ( $\nu_{+1} > 0$ ) и направлен против часовой стрелки.

Из анализа точек волнового фронта, имеющих одинаковую фазу, следует, что распределение набега фазы Берри в полуволновом слое фотоориентированного ЖК приводит к повороту направления распространения прошедшей плоской световой волны, причем исходная  $\sigma$ -поляризованная компонента при прохождении меняет знак поляризации:  $\tilde{E}_{-1} \xrightarrow{\text{turnCCW}} \tilde{E}_R$  и  $\tilde{E}_{+1} \xrightarrow{\text{turnCW}} \tilde{E}_L$  (CCW – против часовой стрелки, CW – по часовой стрелке).

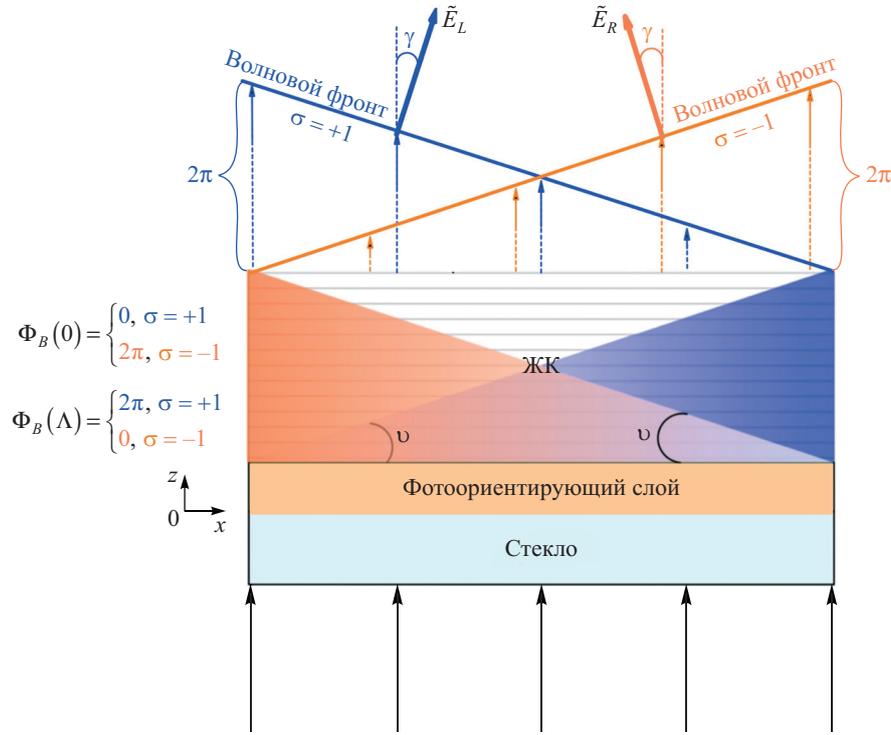


Рис. 7. Распространение неполяризованного света через поляризационную решетку на основе полимерной пленки из фотоориентированного ЖК. Для визуализации прохождения левовращающейся ( $\sigma = -1$ ) и правовращающейся ( $\sigma = +1$ ) компонент неполяризованного света использованы оранжевый и синий цвета соответственно

Fig. 7. Propagation of unpolarised light through a polarisation grating based on a polymer film of photoaligned liquid crystal. Orange and blue colours were used to visualise transmission of the left-circular ( $\sigma = -1$ ) and right-circular ( $\sigma = +1$ ) components of unpolarised light respectively

Рассмотрим линейный набег оптической фазы  $\delta(x)$ , соответствующий по величине фазе Берри  $\Phi_B(x)$ , что эквивалентно распределению оптической фазы в призме:

$$\delta(x) = \frac{2\pi}{\lambda} n_{\text{eff}} d(x) = \frac{2\pi}{\lambda} n_{\text{eff}} \text{tg}(\nu_\sigma) x,$$

где  $d$  – высота эквивалентной призмы;  $n_{\text{eff}}$  – эффективный показатель преломления эквивалентной призмы. Тангенс угла наклона основания эквивалентной призмы может быть определен через частную производную от фазы по координате  $x$  [17, с. 61] следующим образом:

$$\text{tg}(\nu_\sigma) = \frac{\lambda}{2\pi n_{\text{eff}}} \frac{\partial \delta}{\partial x} = \frac{\lambda}{2\pi n_{\text{eff}}} \frac{\partial \Phi_B}{\partial x} = \frac{\lambda \sigma}{n_{\text{eff}} \Lambda}.$$

В каждой точке фазовой поверхности  $\Phi_B$  можно построить касательную плоскость с помощью частных производных от  $\Phi_B$  по координатам  $x$  и  $y$  для определения нормали к основанию эквивалентной призмы, где происходит преломление  $\sigma$ -циркулярно поляризованного света (рис. 8).

Рассмотрим преломление света, падающего под углом  $\nu_\sigma$  на грань модельной эквивалентной призмы, учитывая экспериментальный факт, что для данной поляризационной дифракционной решетки циркулярно поляризованный свет дифрагирует в порядок  $m = +1$  или  $m = -1$  и подчиняется соотношению  $\sin \gamma = \frac{m\lambda}{\Lambda}$ , где  $\gamma$  – угол дифракции.

Эффективный показатель преломления в модели эквивалентной призмы определяется по формуле

$$n_{\text{eff}} = \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{\Lambda^2}}.$$

Данное соотношение имеет смысл при условии  $\Lambda > \lambda$ .

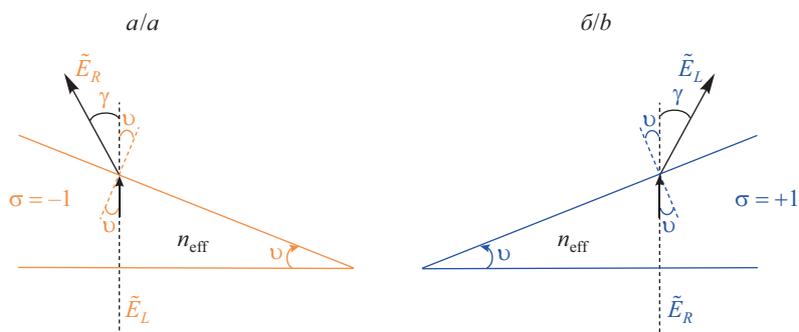


Рис. 8. Оптические схемы модели эквивалентной призмы для левоциркулярно поляризованного (а) и правоициркулярно поляризованного (б) света, нормально падающего на поляризационную дифракционную ЖК-решетку

Fig. 8. Optical schemes of the equivalent prism model for the left-circular polarised (a) and right-circular polarised (b) light with normal incidence on a polarisation diffraction liquid crystal grating

Применяя технологию фотоориентации, можно создавать оптические элементы с малым периодом структуры  $\Lambda$ . Так, на рис. 9 представлено распространение неполяризованного лазерного излучения через поляризационную дифракционную ЖК-решетку с периодом структуры 2 мкм. Наблюдается дифракция в порядки  $m = \pm 1$ , более высокие порядки отсутствуют. Дифракционная эффективность ограничивается точностью задания полуволнового фазового набега слоя ЖК. Технологическое получение ахроматического полуволнового слоя ЖК является отдельной актуальной научной задачей.



Рис. 9. Оптическая схема измерения угла дифракции: 1 – лазер; 2 – поляризационная дифракционная ЖК-решетка (период структуры 2 мкм); 3 – экран

Fig. 9. Optical scheme of diffraction angle measurement: 1 – laser; 2 – polarisation diffraction liquid crystal grating (structure with period 2 μm); 3 – screen

Таким образом, фазовый профиль можно представить как некоторую отражающую или преломляющую поверхность. Плоские устройства с различной формой фазового профиля позволяют производить довольно сложные преобразования света.

**Фазовый профиль – конус.** Кольцевая решетка является фотонным элементом для детектирования момента импульса света. В работе [18] рассмотрен метод измерения углового орбитального момента вихревых пучков с помощью кольцевых решеток (рис. 10). В данном случае используются амплитудные и фазовые решетки, а в качестве оптимального указывается радиус кольца 3 мм. Вихревые пучки с разными значениями топологического заряда, т. е. состояниями углового орбитального момента (см. рис. 10, а), освещают кольцевые решетки в смещенном от центра решеток положении (красное кольцо на рис. 10, б). Картины интенсивности дифракции регистрируются в дальней зоне после прохождения через кольцевые решетки. Величина топологического заряда соответствует числу темных полос в дифракционном пятне. Знак топологического заряда вихревого пучка определяет наклон дифракционной картины, который различен для положительных и отрицательных вихревых пучков (см. рис. 10, в). Как следствие, можно измерить полную величину и установить знак заряда вихревых пучков [18].

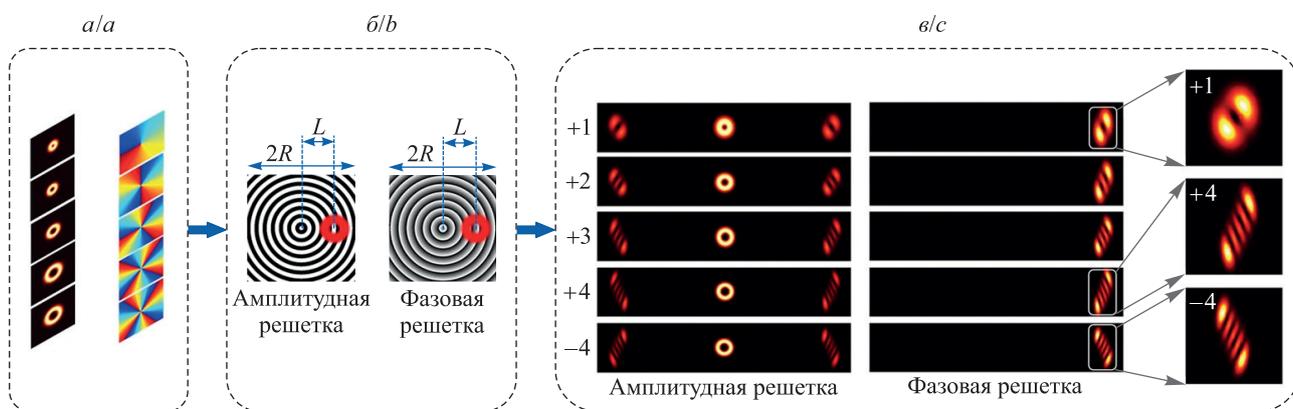


Рис. 10. Принцип измерения момента импульса с помощью кольцевых решеток:  
а – вихревые (вортксные) пучки; б – кольцевые решетки; в – дифракционные картины.  
Источник: [18]

Fig. 10. Concept and principle of measuring orbital angular momentum states of vortex beams with annular gratings:  
а – vortex beams; б – annular gratings; в – diffraction patterns.  
Source: [18]

Фазовый профиль кольцевой решетки представляет собой конус (рис. 11). Для построения фазового профиля использовалась каноническая форма записи уравнения конуса с учетом того, что направляющая кривая есть окружность. Каноническое уравнение конуса имеет вид

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0,$$

где вершина конуса расположена в начале координат, а направляющая кривая представляет собой эллипс с полуосями  $a$  и  $b$ , плоскость которого находится на расстоянии  $c$  от начала координат [17, с. 157–160].

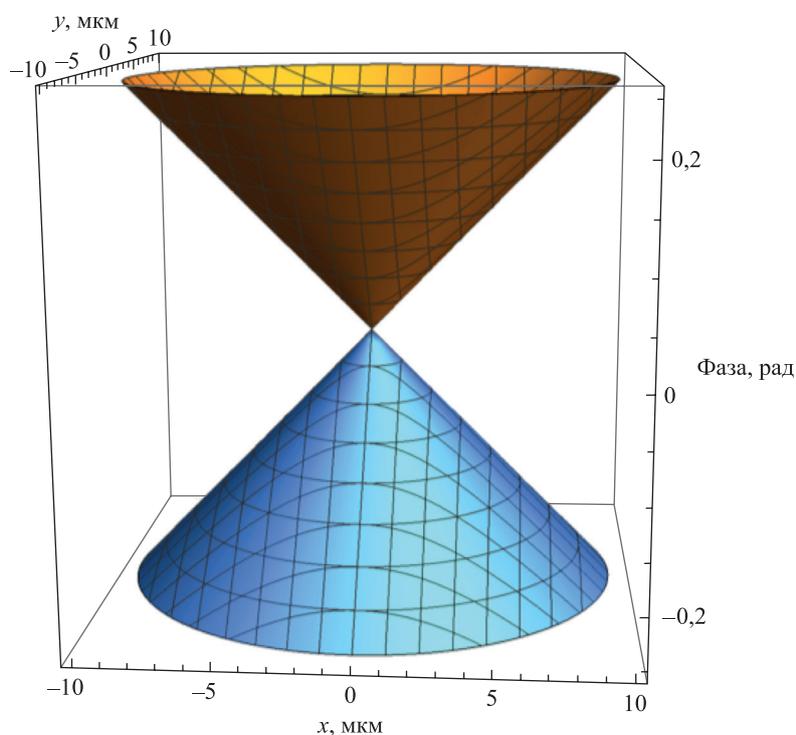


Рис. 11. Фазовая поверхность кольцевой решетки  
( $\Lambda = 120$  мкм,  $\lambda = 1,55$  мкм)

Fig. 11. Phase surface of the annular grating  
( $\Lambda = 120 \mu\text{m}$ ,  $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ )

В данном случае  $a = b = r$  – радиус направляющей окружности конуса (согласно работе [18] оптимальный радиус  $r$  равен 3 мм),  $c = \frac{r\lambda}{\Lambda}$ . Таким образом,

$$x^2 + y^2 - \frac{z^2 \Lambda^2}{\lambda^2} = 0,$$

$$z = \pm \frac{\lambda}{\Lambda} \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Тогда эквивалентный профиль поверхности геометрической фазы кольцевой решетки, используемой в работе [18], определяется по формуле

$$\Phi_B = \frac{2\pi}{\lambda} n_{\text{eff}} z = \pm \frac{2\pi}{\Lambda} n_{\text{eff}} \sqrt{x^2 + y^2}.$$

**Альтернативный фазовый профиль – цилиндр.** Для детектирования топологического заряда можно использовать не только кольцевые решетки с изменяющимися радиусами колец. Функциональным аналогом выступает двумерная поляризационная дифракционная ЖК-решетка, представляющая собой равноотстоящие дуги (рис. 12).

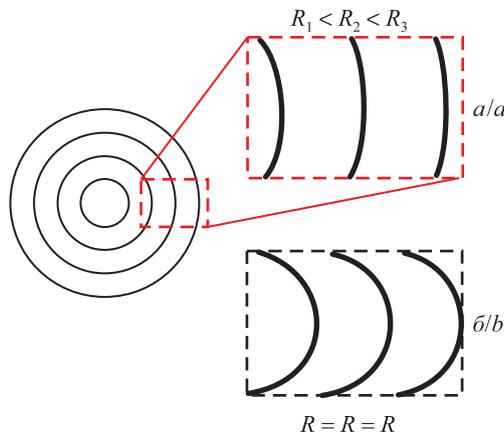


Рис. 12. Схематические изображения кольцевой решетки (a) и решетки с равноотстоящими дугами (b)  
 Fig. 12. Schemes of the annular grating (a) and the grating with equally spaced arcs (b)

Уравнение наклонного цилиндра [17, с. 157–160] имеет вид

$$\left(x - z \frac{\Lambda}{\lambda}\right)^2 + y^2 - r^2 = 0,$$

$$z = \frac{\left(x \pm \sqrt{r^2 - y^2}\right)}{\Lambda} \lambda.$$

Тогда цилиндрический профиль поверхности геометрической фазы (рис. 13) является функциональной альтернативой кольцевой решетки для детектирования топологического заряда вихревого пучка и определяется по формуле

$$\Phi_B = \frac{2\pi}{\lambda} n_{\text{eff}} z = \frac{\pi}{\Lambda} \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{\Lambda^2}} \left(x \pm \sqrt{r^2 - y^2}\right).$$

Такой фазовый профиль перспективен в качестве фотонного устройства и может быть получен голографическим экспонированием фотоориентанта ЖК.

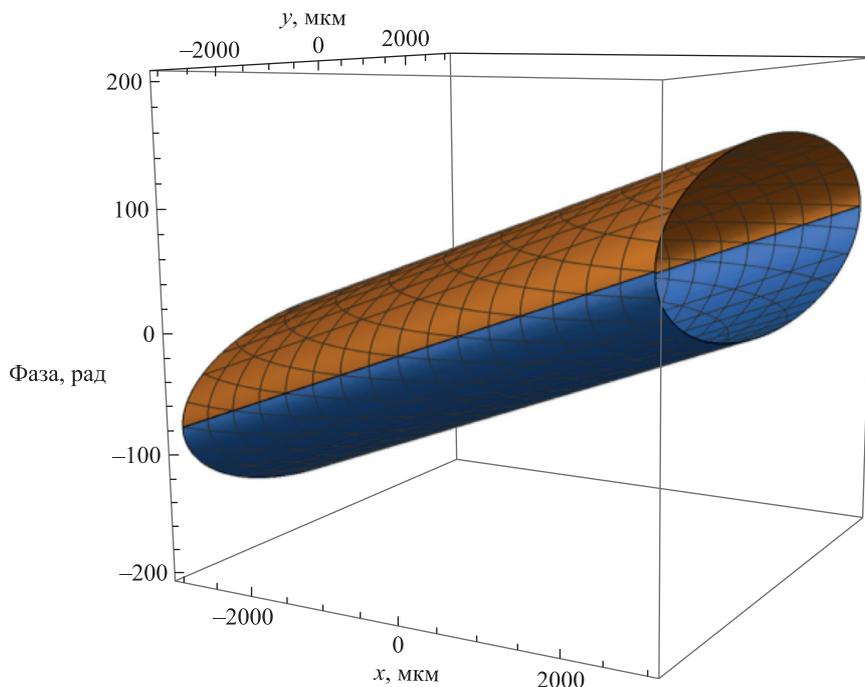


Рис. 13. Фазовая поверхность дифракционной решетки с равноотстоящими дугами (наклонный цилиндр) ( $r = 3$  мм,  $\Lambda = 120$  мкм,  $\lambda = 1,55$  мкм)

Fig. 13. Phase surface of the diffraction grating with equally spaced arcs (inclined cylinder) ( $r = 3$  mm,  $\Lambda = 120$   $\mu\text{m}$ ,  $\lambda = 1.55$   $\mu\text{m}$ )

**Фазовый профиль спиральной фазовой пластины –  $q$ -пластина.** Интересен для рассмотрения фазовый профиль спиральной фазовой пластины [19], позволяющий создавать вихревые пучки из гауссового пучка. Его функциональный аналог на основе геометрической фазы получил название  $q$ -пластины [20].  $q$ -Пластина имеет центральную симметрию распределения азимутальной ориентации ЖК (рис. 14), формируемого в полярных координатах следующим образом [13]:

$$\alpha(\rho, \varphi) = q\varphi + \alpha_0, \quad (8)$$

где  $\alpha$  – распределение директора ЖК в плоскости ЖК-ячейки;  $\rho, \varphi$  – полярные координаты;  $q$  – топологический заряд;  $\alpha_0$  – начальный угол ориентации директора ЖК.

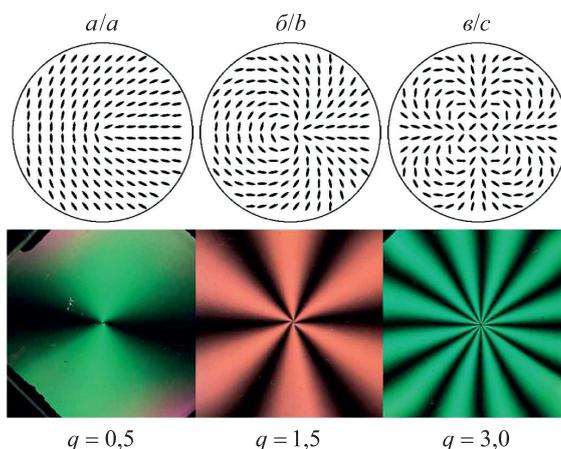


Рис. 14. Примеры картин ЖК с разными топологическими зарядами ( $a - 0,5$ ;  $b - 1,5$ ;  $v - 3,0$ ) и фотографии соответствующих образцов, помещенных между скрещенными поляризаторами. Источник: [20]

Fig. 14. Examples of the liquid crystal patterns with different topological charges ( $a - 0.5$ ;  $b - 1.5$ ;  $c - 3.0$ ) and photos of the corresponding samples under crossed polarisers. Source: [20]

В декартовых координатах формулу (8) можно записать следующим образом:

$$\alpha(x, y) = q \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right) + \alpha_0,$$

где  $\alpha_0 = (2 - \operatorname{sign}(x) - \delta(x)) \frac{\pi}{2}$ .

При переходе из полярных координат в декартовы возникает разрыв 1-го рода, для сшивки которого в формулу добавляются функции  $\operatorname{sign}(x)$  и  $\delta(x)$ . Тогда спиральный профиль поверхности геометрической фазы, являющийся функциональной альтернативой спиральной фазовой пластине для получения топологического заряда вихревого пучка, определяется по формуле

$$\Phi_B = 2\sigma\alpha(x, y) = 2\sigma\left(q \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right) + \alpha_0\right),$$

имеющей графическое представление (рис. 15).

При определенной юстировке установки для записи центрально-симметричного распределения азимутального угла ориентации ЖК в целях получения  $q$ -пластины (рис. 16) в центре вместо фазовой сингулярности формируется область с однородной ориентацией ЖК, называемая фазовым ядром [21].

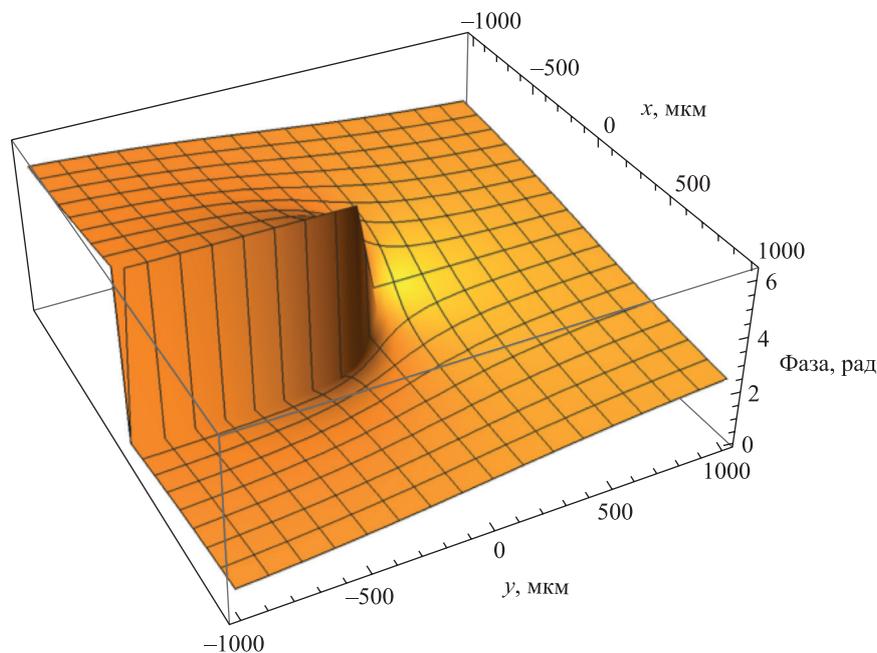


Рис. 15. Фазовая поверхность  $q$ -пластины ( $q = 0,5, \sigma = 1$ )

Fig. 15. Phase surface of  $q$ -plate ( $q = 0.5, \sigma = 1$ )

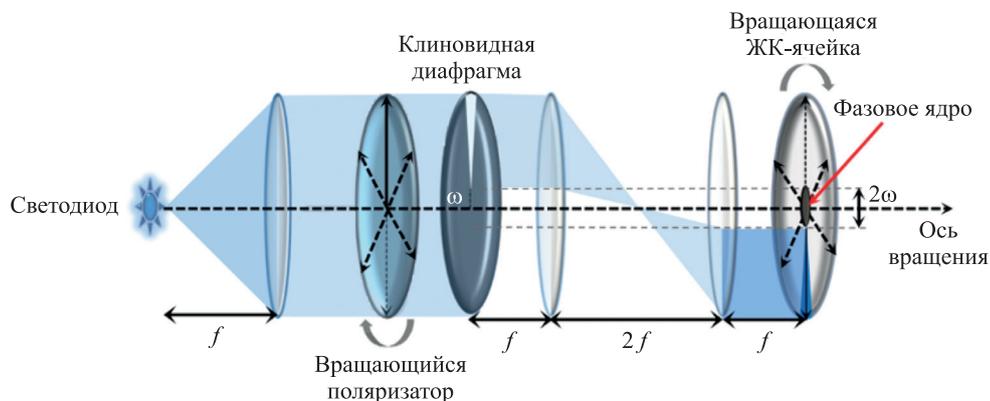


Рис. 16. Схема экспериментальной установки для получения  $q$ -пластины с центральным фазовым ядром.

Источник: [21]

Fig. 16. Scheme of the experimental setup for obtaining of  $q$ -plate with central phase core.

Source: [21]

В работе [21] показано, что фазовое ядро обеспечивает наличие несингулярной компоненты, когерентно складываемой с основным пучком, содержащим топологический заряд. Изменение параметров фазового ядра (размер, набег оптической фазы и др.) управляет результатом интерференции сингулярной и несингулярной компонент пучка с топологическими зарядами  $q \neq 0$  и  $q = 0$  соответственно. Профиль поверхности геометрической фазы для  $q$ -пластины с фазовым ядром определяется по формуле

$$\Phi_B = \sigma q \left( 1 + \text{sign} \left( \left| \frac{y}{\sin \left( \arctg \left( \frac{y}{x} \right) \right)} - r_0 \right| - \delta \left( \left| \frac{y}{\sin \left( \arctg \left( \frac{y}{x} \right) \right)} - r_0 \right| \arctg \left( \frac{y}{x} \right) + r_0 \right) \right) \times \right. \\ \left. \times \left( \arctg \left( \frac{y}{x} \right) + (2 - \text{sign}(x) - \delta(x)) \frac{\pi}{2} \right) \right), \quad (9)$$

где  $r_0$  – радиус фазового ядра. Формула (9) имеет графическое представление (рис. 17).

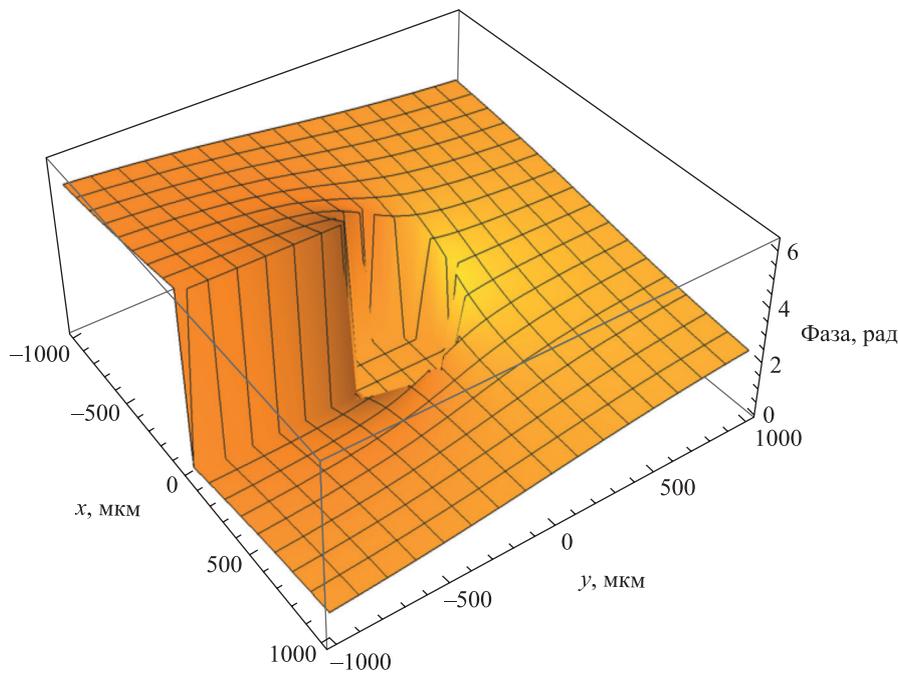


Рис. 17. Фазовая поверхность  $q$ -пластины с фазовым ядром ( $q = 0,5$ ,  $\sigma = 1$ ,  $r_0 = 0,25$  мм)  
Fig. 17. Phase surface of  $q$ -plate with phase core ( $q = 0.5$ ,  $\sigma = 1$ ,  $r_0 = 0.25$  mm)

## Заключение

Отмечено, что голографическое экспонирование наноразмерных пленок нового фотоориентанта AtA-2, обладающих фотоиндуцированным двулучепреломлением и высокой энергией сцепления (более  $10^{-4}$  Дж/м<sup>2</sup>), обеспечивает точное формирование заданного расчетного распределения азимутального направления ориентации директора ЖК в функциональных пленках ЖК-материала при оптической толщине, соответствующей полуволновой фазовой пластине.

Сформулированы уравнения эквивалентных профилей поверхности геометрической фазы, являющихся функциональными аналогами оптических призм, конических линз и спиральных фазовых пластин. Показано, что плоская поляризационная дифракционная ЖК-решетка выступает функциональным эквивалентом оптической призмы с эффективным показателем преломления  $n_{\text{eff}}$ , величина которого зависит от периода структуры директора ЖК и длины волны света. Двумерная поляризационная дифракционная ЖК-решетка с цилиндрическим профилем поверхности геометрической фазы, исходя из функциональной роли фазового профиля, является альтернативой кольцевой решетке для детектирования топологического заряда вихревых пучков. Центрально-симметричные профили поверхности геометрической фазы типа  $q$ -пластины – это функциональные аналоги спиральных фазовых пластин, применяемых для

получения световых пучков с топологическим зарядом. На основе анализа профиля фазовой поверхности сделан вывод, что модификация распределения азимутального направления ориентации директора ЖК типа  $q$ -пластины путем введения фазового ядра (область однородной фазы, обладающая контролируемыми и управляемыми параметрами) является перспективным способом модуляции распределения интенсивности прошедшего пучка.

Приведенные формулы профилей поверхности геометрической фазы могут использоваться для анализа и разработки сложных оптических систем фотонных ЖК-устройств, основанных на линейных и (или) центрально-симметричных периодических распределениях азимутальной ориентации директора ЖК.

### Библиографические ссылки

1. Заказнов НП, Кирюшин СИ, Кузичев ВИ. *Теория оптических систем*. 3-е издание. Москва: Машиностроение; 1992. 448 с.
2. Chigrinov VG, Kozenkov VM, Kwok H-S. *Photoalignment of liquid crystalline materials: physics and applications*. Chichester: John Wiley & Sons; 2008. XV, 231 p. DOI: 10.1002/9780470751800.
3. Mahilny U, Trofimova A, Stankevich A, Tolstik A, Murauski A, Muravsky A. New photocrosslinking polymeric materials for liquid crystal photoalignment. *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*. 2013;16(1):79–85.
4. Muravsky AA, Murauski AA, Kukhta IN. Photoinduced hole dipoles' mechanism of liquid crystal photoalignment. *Applied Optics*. 2020;59(17):5102–5107. DOI: 10.1364/AO.392068.
5. Barbero G, Durand G. On the validity of the Rapini – Papoular surface anchoring energy form in nematic liquid crystals. *Journal de Physique*. 1986;47(12):2129–2134. DOI: 10.1051/jphys:0198600470120212900.
6. Faetti S. Azimuthal anchoring energy of a nematic liquid crystal at a grooved interface. *Physical Review A: Covering Atomic, Molecular, and Optical Physics and Quantum Information*. 1987;36(1):408. DOI: 10.1103/PhysRevA.36.408.
7. Tabiryay NV, Serak SV, Nersisyan SR, Roberts DE, Zeldovich BYa, Steeves DM, et al. Broadband waveplate lenses. *Optics Express*. 2016;24(7):7091–7102. DOI: 10.1364/OE.24.007091.
8. Muravsky AA, Murauski AA, Kukhta IN, Yakovleva AS. High anchoring photoalignment material based on new photoinduced hole dipoles' mechanism. *Journal of the Society for Information Display*. 2021;29(11):833–839. DOI: 10.1002/JSID.1020.
9. Chigrinov V, Muravski A, Kwok H-S, Takada H, Akiyama H, Takatsu H. Anchoring properties of photoaligned azo-dye materials. *Physical Review E: Covering Statistical, Nonlinear, Biological, and Soft Matter Physics*. 2003;68(6):061702. DOI: 10.1103/PhysRevE.68.061702.
10. Padmini HN, Rajabi M, Shiyonovskii SV, Lavrentovich OD. Azimuthal anchoring strength in photopatterned alignment of a nematic. *Crystals*. 2021;11(6):675. DOI: 10.3390/cryst11060675.
11. Muravsky A, Murauski A. 40.3: Effect of birefringent alignment layer on azimuthal anchoring energy measurement. *SID International Symposium Digest of Technical Papers*. 2021;52(S2):497–499. DOI: 10.1002/sdtp.15176.
12. Hecht E. *Optics*. 4<sup>th</sup> edition. San Francisco: Addison-Wesley; 2002. VI, 698 p.
13. Marrucci L, Manzo C, Paparo D. Optical spin-to-orbital angular momentum conversion in inhomogeneous anisotropic media. *Physical Review Letters*. 2006;96(16):163905. DOI: 10.1103/PhysRevLett.96.163905.
14. Barboza R, Bortolozzo U, Clerc MG, Residori S. Berry phase of light under Bragg reflection by chiral liquid-crystal media. *Physical Review Letters*. 2016;117(5):053903. DOI: 10.1103/PhysRevLett.117.053903.
15. Oh C, Escuti MJ. Achromatic polarization gratings as highly efficient thin-film polarizing beamsplitters for broadband light. In: Shaw JA, Tyo JS, editors. *Polarization science and remote sensing III; 2007 August 29–30; San Diego, USA*. Bellingham: SPIE; 2007. p. 668211. (Proceedings of SPIE; volume 6682). DOI: 10.1117/12.735370.
16. Oh C, Escuti MJ. Achromatic diffraction from polarization gratings with high efficiency. *Optics Letters*. 2008;33(20):2287–2289. DOI: <https://doi.org/10.1364/OL.33.002287>.
17. Ахраменко ВК, Берёзкина ЛЛ, Ильинкова НИ, Кашевский ВВ, Крыленко НИ, Прохорович МА и др. *Высшая математика. Часть 1. Аналитическая геометрия. Анализ функции одной переменной*. Абрашина-Жадаева НГ, Русак ВН, редакторы. Минск: БГУ; 2013. 359 с.
18. Zheng Shuang, Wang Jian. Measuring orbital angular momentum (OAM) states of vortex beams with annular gratings. *Scientific Reports*. 2017;7:40781. DOI: 10.1038/srep40781.
19. Franke-Arnold S, Radwell N. Light served with a twist. *Optics and Photonics News*. 2017;28(6):28–35. DOI: 10.1364/OPN.28.6.000028.
20. Slussarenko S, Murauski A, Du T, Chigrinov V, Marrucci L, Santamato E. Tunable liquid crystal  $q$ -plates with arbitrary topological charge. *Optics Express*. 2011;19(5):4085–4090. DOI: 10.1364/OE.19.004085.
21. Melnikova E, Gorbach D, Slussarenko S Sr, Muravsky A, Tolstik A, Slussarenko S Jr. Liquid-crystal  $q$ -plates with a phase core to generation vortex beams with controllable number of singularities. *Optics Communications*. 2022;522:128661. DOI: 10.1016/j.optcom.2022.128661.

### References

1. Zakaznov NP, Kiryushin SI, Kuzichev VI. *Teoriya opticheskikh sistem* [Theory of optical systems]. 3<sup>rd</sup> edition. Moscow: Mashinostroenie; 1992. 448 p. Russian.
2. Chigrinov VG, Kozenkov VM, Kwok H-S. *Photoalignment of liquid crystalline materials: physics and applications*. Chichester: John Wiley & Sons; 2008. XV, 231 p. DOI: 10.1002/9780470751800.
3. Mahilny U, Trofimova A, Stankevich A, Tolstik A, Murauski A, Muravsky A. New photocrosslinking polymeric materials for liquid crystal photoalignment. *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*. 2013;16(1):79–85.

4. Muravsky AA, Murauski AA, Kukhta IN, Photoinduced hole dipoles' mechanism of liquid crystal photoalignment. *Applied Optics*. 2020;59(17):5102–5107. DOI: 10.1364/AO.392068.
5. Barbero G, Durand G. On the validity of the Rapini – Papoular surface anchoring energy form in nematic liquid crystals. *Journal de Physique*. 1986;47(12):2129–2134. DOI: 10.1051/jphys:0198600470120212900.
6. Faetti S. Azimuthal anchoring energy of a nematic liquid crystal at a grooved interface. *Physical Review A: Covering Atomic, Molecular, and Optical Physics and Quantum Information*. 1987;36(1):408. DOI: 10.1103/PhysRevA.36.408.
7. Tabiryany NV, Serak SV, Nersisyan SR, Roberts DE, Zeldovich BYa, Steeves DM, et al. Broadband waveplate lenses. *Optics Express*. 2016;24(7):7091–7102. DOI: 10.1364/OE.24.007091.
8. Muravsky AA, Murauski AA, Kukhta IN, Yakovleva AS. High anchoring photoalignment material based on new photoinduced hole dipoles' mechanism. *Journal of the Society for Information Display*. 2021;29(11):833–839. DOI: 10.1002/JSID.1020.
9. Chigrinov V, Muravski A, Kwok H-S, Takada H, Akiyama H, Takatsu H. Anchoring properties of photoaligned azo-dye materials. *Physical Review E: Covering Statistical, Nonlinear, Biological, and Soft Matter Physics*. 2003;68(6):061702. DOI: 10.1103/PhysRevE.68.061702.
10. Padmini HN, Rajabi M, Shiyonovskii SV, Lavrentovich OD. Azimuthal anchoring strength in photopatterned alignment of a nematic. *Crystals*. 2021;11(6):675. DOI: 10.3390/cryst11060675.
11. Muravsky A, Murauski A. 40.3: Effect of birefringent alignment layer on azimuthal anchoring energy measurement. *SID International Symposium Digest of Technical Papers*. 2021;52(S2):497–499. DOI: 10.1002/sdtp.15176.
12. Hecht E. *Optics*. 4<sup>th</sup> edition. San Francisco: Addison-Wesley; 2002. VI, 698 p.
13. Marrucci L, Manzo C, Paparo D. Optical spin-to-orbital angular momentum conversion in inhomogeneous anisotropic media. *Physical Review Letters*. 2006;96(16):163905. DOI: 10.1103/PhysRevLett.96.163905.
14. Barboza R, Bortolozzo U, Clerc MG, Residori S. Berry phase of light under Bragg reflection by chiral liquid-crystal media. *Physical Review Letters*. 2016;117(5):053903. DOI: 10.1103/PhysRevLett.117.053903.
15. Oh C, Escuti MJ. Achromatic polarization gratings as highly efficient thin-film polarizing beamsplitters for broadband light. In: Shaw JA, Tyo JS, editors. *Polarization science and remote sensing III: 2007 August 29–30; San Diego, USA*. Bellingham: SPIE; 2007. p. 668211. (Proceedings of SPIE; volume 6682). DOI: 10.1117/12.735370.
16. Oh C, Escuti MJ. Achromatic diffraction from polarization gratings with high efficiency. *Optics Letters*. 2008;33(20):2287–2289. DOI: <https://doi.org/10.1364/OL.33.002287>.
17. Akhramenko VK, Berezkina LL, Il'inkova NI, Kashevskii VV, Krylenko NI, Prokhorovich MA, et al. *Vysshaya matematika. Chast' 1. Analiticheskaya geometriya. Analiz funktsii odnoi peremennoi* [Higher mathematics. Part 1. Analytic geometry. Analysis of functions of one variable]. Abrashina-Zhadaeva NG, Rusak VN, editors. Minsk: Belarusian State University; 2013. 359 p. Russian.
18. Zheng Shuang, Wang Jian. Measuring orbital angular momentum (OAM) states of vortex beams with annular gratings. *Scientific Reports*. 2017;7:40781. DOI: 10.1038/srep40781.
19. Franke-Arnold S, Radwell N. Light served with a twist. *Optics and Photonics News*. 2017;28(6):28–35. DOI: 10.1364/OPN.28.6.000028.
20. Slussarenko S, Murauski A, Du T, Chigrinov V, Marrucci L, Santamato E. Tunable liquid crystal  $q$ -plates with arbitrary topological charge. *Optics Express*. 2011;19(5):4085–4090. DOI: 10.1364/OE.19.004085.
21. Melnikova E, Gorbach D, Slussarenko S Sr, Muravsky A, Tolstik A, Slussarenko S Jr. Liquid-crystal  $q$ -plates with a phase core to generation vortex beams with controllable number of singularities. *Optics Communications*. 2022;522:128661. DOI: 10.1016/j.optcom.2022.128661.

Получена 12.08.2022 / исправлена 19.08.2022 / принята 21.08.2022.  
Received 12.08.2022 / revised 19.08.2022 / accepted 21.08.2022.