

УДК 537.9

АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ОДНОСТЕННОЙ УГЛЕРОДНОЙ НАНОТРУБКЕ С НИЗКОПРОВОДЯЩИМ ВКЛЮЧЕНИЕМ

А. В. МЕЛЬНИКОВ¹⁾, М. В. ШУБА^{1), 2)}

¹⁾Институт ядерных проблем БГУ, ул. Бобруйская, 11, 220030, г. Минск, Беларусь

²⁾Томский государственный университет, пр. Ленина, 36, 634050, г. Томск, Россия

Сформулирована и решена аналитически задача рассеяния электромагнитного излучения одностенной углеродной нанотрубкой с узкими участками низкой проводимости. Краевая электродинамическая задача формулируется через граничные условия для электрических и магнитных полей на поверхности трубки и на бесконечности. Эта задача сводится к решению уравнения Леонтовича – Левина для тока на однородных участках углеродной нанотрубки, которое дополняется граничными условиями для токов на концах трубки и условием неразрывности тока в местах расположения участков низкой проводимости. Приближенное аналитическое решение для плотности тока на однородных участках одностенной углеродной нанотрубки представляется в виде суммы двух поверхностных волн, распространяющихся в противоположных направлениях, а также компоненты тока, индуцированного внешним полем. Проведенное сравнение результатов аналитического решения с результатами численного решения методом, представленным ранее, показало, что аналитическое решение позволяет достаточно точно моделировать резонансное рассеяние электромагнитного излучения на углеродной нанотрубке с участками низкой проводимости в широком частотном диапазоне.

Ключевые слова: углеродная нанотрубка; мезоскопическое включение; рассеяние излучения; квантовый транспорт; уравнение Халлена; уравнение Леонтовича – Левина; поляризуемость.

Благодарность. Результаты исследования получены при поддержке проекта Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований № Ф18КОР-002 и программы повышения конкурентоспособности Томского государственного университета.

Образец цитирования:

Мельников АВ, Шуба МВ. Аналитическое решение задачи рассеяния электромагнитной волны на металлической одностенной углеродной нанотрубке с низкопроводящим включением. *Журнал Белорусского государственного университета. Физика*. 2018;3:65–73.

For citation:

Melnikau AV, Shuba MV. Analytical solution for electromagnetic wave scattering by metallic single-walled carbon nanotube with low-conductive insertion. *Journal of the Belarusian State University. Physics*. 2018;3:65–73. Russian.

Авторы:

Александр Владимирович Мельников – младший научный сотрудник лаборатории нанoeлектромагнетизма.

Михаил Владимирович Шуба – кандидат физико-математических наук; ведущий научный сотрудник лаборатории нанoeлектромагнетизма¹⁾; старший научный сотрудник лаборатории терагерцовых исследований²⁾.

Authors:

Aliaksandr V. Melnikau, junior researcher at the laboratory of nanoelectromagnetism.

alexander.melnikov.v@gmail.com

Mikhail V. Shuba, PhD (physics and mathematics); leading researcher at the laboratory of nanoelectromagnetism^a; senior researcher at the laboratory of terahertz research^b.

mikhail.shuba@gmail.com

ANALYTICAL SOLUTION FOR ELECTROMAGNETIC WAVE SCATTERING BY METALLIC SINGLE-WALLED CARBON NANOTUBE WITH LOW-CONDUCTIVE INSERTION

A. V. MELNIKAU^a, M. V. SHUBA^{a, b}

^aResearch Institute for Nuclear Problems, Belarusian State University,
11 Babrujskaja Street, Minsk 220030, Belarus

^bTomsk State University, 36 Lenin Avenue, Tomsk 634050, Russia

Corresponding author: A. V. Melnikau (alexander.melnikov.v@gmail.com)

The problem of electromagnetic wave scattering by single-walled carbon nanotube (CNT) with low-conductive sections (LCS) has been formulated and solved. Boundary-value problem is formulated through effective impedance boundary conditions for electric and magnetic fields on the CNT's surface and on infinity. Boundary-value problem is reduced to a solution of Leontovich – Levin equation for the current on uniform regions of CNT; it is supplemented by edge conditions for the current on CNT ends and the continuity condition for the current through the LCS. Approximate analytical solution for the current density in uniform regions of CNT is represented as the sum of (i) two terms corresponding to the propagation of surface waves in opposite directions and (ii) the current component induced by an external field. The comparison between results of obtained analytical solution and numerical solution presented has been carried out. The comparison shows that analytical solution allows one to simulate electromagnetic wave resonant scattering by CNT with LCS with sufficiently high accuracy.

Key words: carbon nanotubes; mesoscopic insertion; electromagnetic wave scattering; quantum transport; Hallen equation; Leontovich – Levin equation; polarizability.

Acknowledgements. This research has been partly supported by Belarusian Republican Foundation for Fundamental Research under project No. Ф18КОР-002 and Tomsk State University Competitiveness Improvement Program.

1. Введение

Уникальные электронные свойства и вытянутая форма обуславливают эффективное взаимодействие углеродных нанотрубок (УНТ) с падающим электромагнитным излучением [1] и, таким образом, открывают перспективы их использования в качестве элементов интегральных микросхем и электромагнитных устройств, таких как линии электропередачи [2; 3], интерконнекторы [4] и наномантенны [5–7]. Композитные материалы с малой долей УНТ демонстрируют хорошую эффективность экранировки в гигагерцовом [8] и терагерцовом частотных диапазонах [9]. Благодаря высокой кинетической индуктивности одностенной УНТ (ОУНТ) поверхностная волна в ней распространяется с сильным замедлением [2; 3]. Возбуждение стоячей поверхностной волны под действием падающей плоской электромагнитной волны приводит к возникновению антенных (или локализованных плазмонных) резонансов в спектре поляризуемости [5] и сечения поглощения [10] одиночных ОУНТ конечной длины.

Задача рассеяния электромагнитного излучения решалась для различных типов УНТ, включая ОУНТ [5; 10], многостенные УНТ [11; 12] и пучки из ОУНТ [13]. При этом численным методом находилось решение интегрального уравнения Халлена для индуцированного тока на поверхности УНТ конечной длины в широком частотном диапазоне: от радиочастотного до ультрафиолетового [5; 10–14]. Кроме того, для тока на поверхности ОУНТ было получено приближенное аналитическое решение уравнения Леонтовича – Левина [5]. Недавно была сформулирована и численно решена задача рассеяния на ОУНТ со встроенными мезоскопическими структурами [14]. При этом совместно применены метод интегральных уравнений классической электродинамики и формализм квантового транспорта для встроенной мезоскопической структуры.

Цель настоящей работы – формулировка электромагнитной задачи рассеяния и получение ее приближенного аналитического решения для ОУНТ с узкими участками низкой проводимости (УНП), роль которых могут выполнять мезоскопические структуры, дефекты и т. д. Аналитическое решение позволяет выявить физический механизм взаимодействия электромагнитного излучения с ОУНТ конечной длины при наличии в ней УНП.

2. Формулировка и численное решение краевой электродинамической задачи для ОУНТ с УНП

Рассмотрим металлическую ОУНТ длиной L и радиусом R , ориентированную параллельно оси z цилиндрической системы координат и лежащую в пределах $z \in [0, L]$. Трубка находится в свободном пространстве. На УНТ падает плоская электромагнитная волна с круговой частотой ω и длиной волны в свободном пространстве λ . Частота падающей волны лежит много ниже области межзонных переходов в УНТ ($\omega \leq 2\pi \cdot 10$ ТГц). Так как $R \ll \lambda$, будем полагать, что z -компонента напряженности падающего поля на поверхности ОУНТ зависит только от координаты z : $E_z^{\text{вн}}(z, t) = E_z^0(z) \exp(-i\omega t)$, где $E_z^0(z)$ – амплитуда поля на оси УНТ. При этом в трубке возбуждается аксиальный полярно-симметричный ток плотностью $\mathbf{j}(\mathbf{r}) = j(z)\mathbf{e}_z$, где $\mathbf{e}_z$ – единичный вектор, направленный вдоль оси УНТ [5]. Другие полярно-несимметричные компоненты тока не возбуждаются, так как для этого необходимы межзонные переходы электронов, которые имеют место в оптической области частот.

Проводимость металлических УНТ малого диаметра ($R < 2$ нм) будем описывать законом Друде [2]:

$$\sigma_{\text{УНТ}}(\omega) = \frac{2ie^2 v_F}{\pi^2 \hbar R (\omega + i\nu)},$$

где v_F – скорость Ферми для УНТ, $v_F \approx 10^6$ м/с; ν – электронная частота релаксации: $\nu = \tau^{-1}$, τ – время электронной релаксации.

Пусть на участке УНТ $z \in \left(r - \frac{\Delta}{2}, r + \frac{\Delta}{2}\right)$, $0 < r < L$, расположен потенциальный барьер шириной Δ для движения электронов вдоль оси z . Далее будем называть этот барьер мезоскопическим включением.

Рассмотрим участок трубки с размерами $z \in \left(r - \frac{d}{2}, r + \frac{d}{2}\right)$ такой, что $\lambda_{\text{с.п}} \gg d \gg \Delta$, где $\lambda_{\text{с.п}}$ – длина свободного пробега электронов в УНТ. Данное условие соответствует условию упругого рассеяния электронов на барьере. Этот участок далее будем называть УНП. Величина d определяется длиной экранировки Томаса – Ферми в УНТ λ_s [14; 15], значения которой сравнимы с радиусом УНТ [16]. Поэтому имеет смысл определить длину последней в диапазоне $d \in (\Delta + 4R, \Delta + 10R)$ [14]. Для применения методов классической электродинамики, следуя работе [14], будем моделировать рассматриваемый УНП цилиндрической поверхностью радиусом R с эффективной удельной поверхностной проводимостью

$$\sigma_{\text{УНП}} = \frac{G_d d}{2\pi R},$$

где G_d – проводимость УНП, которая вычисляется с помощью методов квантового транспорта и вызывает падение напряжения на УНП V_d и суммарный ток I_d , текущий через УНП, по линейному закону [15; 17]:

$$I_d = G_d(\omega) V_d. \quad (1)$$

Следуя [14], положим, что в рассматриваемом частотном диапазоне проводимость УНП $G_d(\omega)$ является чисто действительной и равной проводимости УНП на нулевой частоте, т. е. $G_d(\omega) = G_d(0)$.

В постановку задачи также входят граничные условия для непрерывности тангенциальных составляющих электрического поля и разрывности полярной компоненты магнитного поля на поверхности УНТ [5], условие излучения на бесконечности и граничные условия для токов, соответствующие конечной плотности зарядов носителей на концах трубки:

$$j(0) = 0, \quad j(L) = 0. \quad (2)$$

Как показано в [14], сформулированная выше краевая задача рассеяния может быть сведена к интегральному уравнению Халлена относительно поверхностной плотности индуцированного тока в УНТ с мезоскопическим включением, выполняющим роль УНП:

$$\int_0^L \left[\frac{1}{\sigma(z')} e^{ik|z-z'|} + \frac{Rk}{2\pi\epsilon_0\omega} \int_0^{2\pi} G(R, \phi, z-z') d\phi \right] j(z') dz' = \Phi(z), \quad (3)$$

где $\sigma(z)$ – эффективная аксиальная поверхностная проводимость УНТ:

$$\sigma(z) = \begin{cases} \sigma_{\text{УНТ}}, z \in \left(0, r - \frac{d}{2}\right) \cup \left(r + \frac{d}{2}, L\right), \\ \sigma_{\text{УНП}}, z \in \left(r - \frac{d}{2}, r + \frac{d}{2}\right), \end{cases} \quad (4)$$

$k = \frac{\omega}{c}$ – волновой вектор в свободном пространстве; c – скорость света в вакууме; $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м;
 $G(R, \varphi, z - z')$ – функция Грина для УНТ в свободном пространстве:

$$G(R, \varphi, z - z') = -\frac{\exp\left[ik\sqrt{(z - z')^2 + \left(2R \sin \frac{\varphi}{2}\right)^2}\right]}{\sqrt{(z - z')^2 + \left(2R \sin \frac{\varphi}{2}\right)^2}}, \quad (5)$$

$$\Phi(z) = \int_0^L E_z^0(z) e^{ik|z - z'|} dz' + Ce^{ikz} + De^{-ikz}, \text{ } C \text{ и } D - \text{неизвестные константы.}$$

Численное решение уравнения (3) с учетом (4) через квадратуры дает строгое решение задачи рассеяния для УНТ с УНП. В следующем разделе предлагается приближенное аналитическое решение этой задачи.

3. Аналитическое решение краевой электродинамической задачи для ОУНТ с УНП

Рассмотрим интегро-дифференциальное уравнение Леонтовича – Левина в нулевом приближении для осевого тока в ОУНТ, находящейся во внешнем поле с продольной компонентой напряженности $E_{0z}(z)$ [5]:

$$\frac{\partial^2 j^{(0)}(z)}{\partial z^2} + \left(k^2 - \frac{2\epsilon_0 i \omega}{\sigma_{\text{УНТ}} R X}\right) j^{(0)} = -\frac{2\epsilon_0 i \omega}{R X} E_{0z}(z), \quad (6)$$

где $X = -2K_0(\sqrt{\kappa^2 - k^2} R) I_0(\sqrt{\kappa^2 - k^2} R)$; K_0 и I_0 – модифицированные функции Бесселя; κ – волновое число поверхностной волны, которая распространяется вдоль УНТ и описывается дисперсионным соотношением

$$\kappa^2 = k^2 + \frac{i\omega\epsilon_0}{R\sigma_{\text{УНТ}} K_0(\sqrt{\kappa^2 - k^2} R) I_0(\sqrt{\kappa^2 - k^2} R)}.$$

Дифференциальное уравнение (6) записывается и решается в отдельности для каждого однородного участка ОУНТ. Для случая расположения в УНТ одного УНП уравнение (6) записывается на однородных участках трубки следующим образом:

$$\frac{\partial^2 j(z)}{\partial z^2} + \left(k^2 - \frac{2\epsilon_0 i \omega}{\sigma_{\text{УНТ}} R X}\right) j(z) = -\frac{2\epsilon_0 i \omega}{R X} E_{0z}(z), \quad z \in \left[0, r - \frac{d}{2}\right] \cup \left[r + \frac{d}{2}, L\right]. \quad (7)$$

Общее решение уравнения (7) имеет вид

$$\begin{cases} j_1(z) = A_1 e^{i\kappa z} + B_1 e^{-i\kappa z} + J_{01}(z), \quad z \in \left[0, r - \frac{d}{2}\right], \\ j_2(z) = A_2 e^{i\kappa\left(z - r - \frac{d}{2}\right)} + B_2 e^{-i\kappa\left(z - r - \frac{d}{2}\right)} + J_{02}(z), \quad z \in \left[r + \frac{d}{2}, L\right], \end{cases} \quad (8)$$

где

$$J_{01}(z) = \frac{\sigma_{\text{УНТ}}(\kappa^2 - k^2)}{2i\kappa} \int_0^{r-d/2} E_{0z}(z') \text{Exp}[i\kappa|z - z'|] dz',$$

$$J_{02}(z) = \frac{\sigma_{\text{УНТ}}(\kappa^2 - k^2)}{2i\kappa} \int_{r+d/2}^L E_{0z}(z') \text{Exp}[i\kappa|z - z'|] dz',$$

A_1, A_2, B_1, B_2 – неизвестные коэффициенты, определяемые из граничных условий (2) и условий неразрывности тока на УНП:

$$j_1\left(r - \frac{d}{2}\right) = j_2\left(r + \frac{d}{2}\right) = j_d, \quad (9)$$

где $j_d = \frac{I_d}{2\pi R}$ – плотность текущего через УНП тока, которая полагается полярно-симметричной, однородной и постоянной на УНП [14], т. е. $j(z) = j_d, z \in \left[r - \frac{d}{2}, r + \frac{d}{2}\right]$.

Чтобы найти j_d , воспользуемся выражением (1). Для этого падение напряжения на УНП выразим через осевую компоненту поля на поверхности ОУНТ:

$$V_d = \int_{r-d/2}^{r+d/2} [E_{0z}(z) + E_z^p(z)] dz = V_0 + \int_{r-d/2}^{r+d/2} E_z^p(R, z) dz, \quad (10)$$

где $V_0 = \int_{r-d/2}^{r+d/2} E_{0z}(z) dz$ определяет вклад внешнего поля. Второе слагаемое в квазистатическом приближении представляет влияние рассеянных полей $E_z^p(R, z)$, которые будем выражать через электрический потенциал Герца $\Pi^e = \Pi^e \mathbf{e}_z$, индуцированный током $j(z)$:

$$E_z^p(R, z) = \frac{\partial^2}{\partial z^2} \Pi^e(R, z), \quad (11)$$

где

$$\Pi^e(R, z) = \frac{iR}{4\pi\epsilon_0\omega} \int_0^L \int_0^{2\pi} j(z') G(R, \varphi, z - z') d\varphi dz'. \quad (12)$$

Подстановка (11) в (10) дает

$$V_d = V_0 + \frac{\partial \Pi^e}{\partial z} \Big|_{z=r+d/2} - \frac{\partial \Pi^e}{\partial z} \Big|_{z=r-d/2}. \quad (13)$$

Упрощенное выражение для потенциала Герца может быть получено с помощью формализма, который использовался для вывода уравнения Леонтовича – Левина [5] (см. приложение):

$$\Pi^e(R, z) \approx \frac{iRX}{2\epsilon_0\omega} j(z). \quad (14)$$

Подставляя (14) в (13) и учитывая (1) и соотношение $I_d = 2\pi R j_d$, получаем выражение, которое определяет плотность текущего через УНП тока:

$$\frac{2\pi R j_d}{G_d} = V_0 + \frac{iRX}{2\epsilon_0\omega} \left(\frac{\partial j_2(z)}{\partial z} \Big|_{z=r+d/2+0} - \frac{\partial j_1(z)}{\partial z} \Big|_{z=r-d/2-0} \right). \quad (15)$$

Уравнение (15) – главный результат настоящей работы, оно вместе с (9) является граничным условием для тока через УНП. Таким образом, краевая задача для УНТ может быть сформулирована через уравнение (7), справедливое на однородных участках УНТ, и граничные условия для тока (2), (9) и (15).

После подстановки (8) в (2), (9) и (15) получаем систему линейных уравнений относительно амплитуд поверхностных волн A_1, A_2, B_1, B_2 и амплитуды плотности тока j_d , текущего через УНП:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1 + B_1 = -J_{01}(0), \\ A_1 e^{i\kappa(r-d/2)} + B_1 e^{-i\kappa(r-d/2)} - j_d = -J_{01}\left(r - \frac{d}{2}\right), \\ \frac{2\pi R j_d}{G_d} = -\frac{iRX}{2\varepsilon_0\omega} \left(A_1 \cdot i\kappa \cdot e^{i\kappa(r-d/2)} - B_1 \cdot i\kappa \cdot e^{-i\kappa(r-d/2)} + \frac{\partial J_{01}(z)}{\partial z} \Big|_{z=r-d/2} \right) + \\ + \frac{iRX}{2\varepsilon_0\omega} \left(A_2 \cdot i\kappa - B_2 \cdot i\kappa + \frac{\partial J_{02}(z)}{\partial z} \Big|_{z=r+d/2} \right) + V_0, \\ A_2 + B_2 - j_d = -J_{02}\left(r + \frac{d}{2}\right), \\ A_2 e^{i\kappa(L-r-d/2)} + B_2 e^{-i\kappa(L-r-d/2)} = -J_{02}(L). \end{array} \right. \quad (16)$$

Решение системы (16) с учетом (8) позволяет определить аксиальную плотность тока, индуцируемую на УНТ внешним полем. Отметим, что рассмотренная здесь краевая задача рассеяния очевидным образом может быть легко обобщена на случай УНТ с более чем одним УНП.

В длинноволновом пределе ($\lambda \gg L$) УНТ характеризуется поляризуемостью, которая может быть найдена следующим образом [5]:

$$\alpha_{zz} = \frac{2\pi i R}{\omega E_z^0} \int_0^L j(z) dz.$$

Далее для описания проводимости УНП будем использовать параметр

$$N_\sigma = \frac{\sigma_{\text{УНТ}}(0)}{\sigma_{\text{УНП}}},$$

показывающий, во сколько раз эффективная проводимость УНП меньше статической проводимости УНТ.

4. Сравнение приближенного аналитического и строгого численного решения задачи рассеяния для ОУНТ с УНП

На рис. 1 приведены спектры поляризуемости ОУНТ с одним УНП, полученные с помощью численного (см. разд. 2) и аналитического (см. разд. 3) решений краевой электродинамической задачи для УНТ при $d = 10$ нм, $L = 2$ мкм, $r = 1$ мкм, $R = 0,34$ нм, $\tau = 50$ фс, $N_\sigma = 500$.

В спектре мнимой части поляризуемости имеются два отдельных пика. Пик на частоте 2,5 ТГц возникает вследствие резонанса поверхностных волн, возбуждаемых независимо в каждом из однородных участков ОУНТ, расположенных справа и слева от УНП. Пик на частоте 100 ГГц образуется из-за процесса переноса зарядов через УНП и разграничивает частотный диапазон, в котором наблюдается эффективный перенос заряда через УНП ($f < 100$ ГГц), и частотный диапазон, в котором перенос заряда через УНП происходит неэффективно ($f > 100$ ГГц).

Из сравнения кривых, представленных на рис. 1, видно, что аналитическое решение на качественном и количественном уровне согласуется с численным решением в диапазоне частот выше 10 ГГц. На более низких частотах наблюдаются значительные расхождения в $\text{Im}[\alpha]$, найденной аналитически и численно. Амплитуды и частоты пиков в спектрах $\text{Im}[\alpha]$ несколько отличаются для результатов, полученных численно и аналитически. Эти отличия связаны с тем, что аналитическое решение базируется на решении для поверхностной волны бесконечно длинной трубки. Параметры этой волны в некоторой степени отличаются для бесконечно длинной и конечной УНТ. Кроме того, при аналитическом решении задачи рассеяния электромагнитное взаимодействие между отдельными частями трубки через рассеянные поля учтено приближенно.

Далее выясним, как отличаются распределения плотности зарядов вдоль УНТ, полученные с помощью численного и аналитического решений для режимов эффективного (частота 10 ГГц) и малоэффективного (частота 1 ТГц) переноса заряда через УНП (рис. 2).

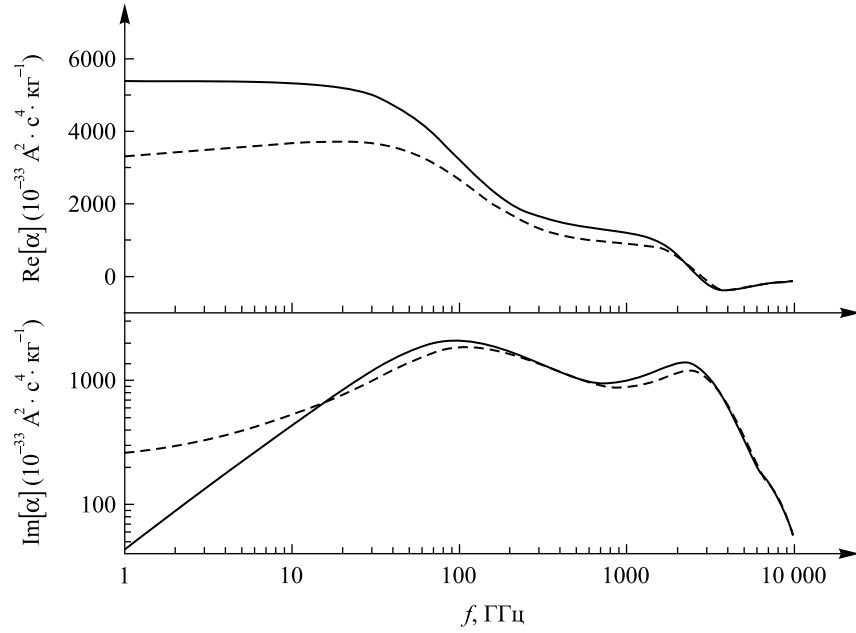


Рис. 1. Спектры поляризуемости ОУНТ, полученные из численного (сплошная линия) и аналитического решений (пунктир) задачи рассеяния

Fig. 1. Polarizability spectra for SWCNT obtained using numerical (solid line) and analytical solutions (dotted line) of the scattering problem

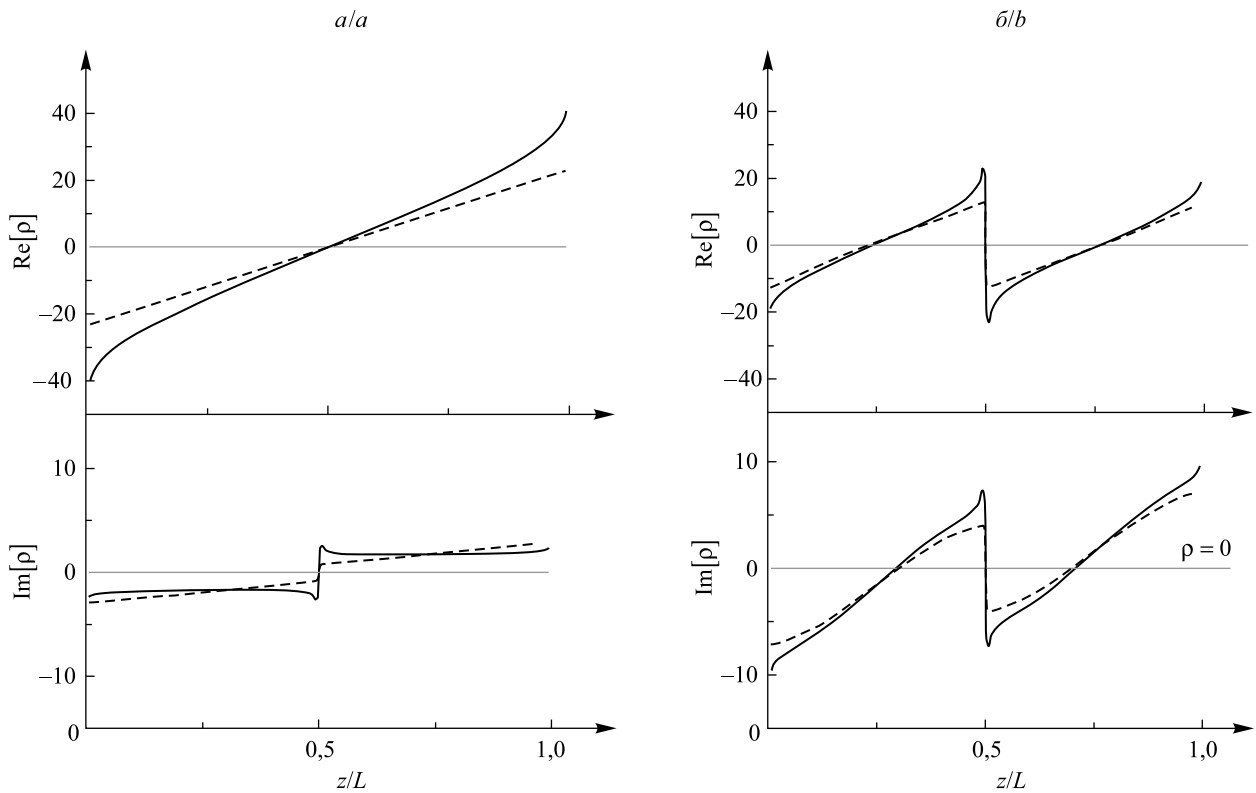


Рис. 2. Распределения плотностей зарядов вдоль ОУНТ с УНП, рассчитанные приближенным аналитическим (пунктир) и строгим численным (сплошная линия) методами на частотах: a – 10 ГГц; b – 1 ТГц

Fig. 2. Charge density distribution along CNT with LCS calculated with approximate analytical (dotted line) and strict numerical (solid line) approaches at frequencies: a – 10 GHz; b – 1 THz

Из рис. 2 видно, что на рассматриваемых частотах $\text{Re}[\rho] > \text{Im}[\rho]$. На частоте 10 ГГц влияние УНП на возбуждаемый ток в УНТ мало, так что имеет место процесс поляризации УНТ во внешнем поле, обусловленный эффектами конечной длины [5]. На частоте 1 ТГц, где УНП препятствует перетеканию заряда, наблюдается практически независимая поляризация однородных участков УНТ, расположенных слева и справа от УНП.

Следует отметить качественное согласие между строгим численным подходом и приближенным аналитическим решением. Последнее указывает на аналогию с возникновением вынужденных колебаний, демонстрируя, что достаточно сложное распределение заряда и токов по всей длине УНТ может быть описано тремя слагаемыми, два из которых имеют смысл распространяющихся в противоположных направлениях поверхностных волн (аналог собственных колебаний колебательной системы), а третье есть результат взаимодействия с внешним полем (аналог вынуждающей силы). Причем «источниками» поверхностных волн в УНТ являются как ее концы, так и участки низкой проводимости. Третье слагаемое возникает также в задаче взаимодействия плоской волны с бесконечно длинной нанотрубкой – ситуация, когда поверхностные волны не могут возбуждаться [18].

5. Заключение

Краевая электродинамическая задача для УНТ с УНП, находящейся во внешнем электромагнитном поле, сведена к решению уравнения Леонтовича – Левина для плотности тока на однородных участках УНТ с граничными условиями на концах трубки и в местах расположения УНП. Указанное уравнение решается в нулевом приближении, которое игнорирует характер распределения плотности тока по всей УНТ. Аналитическое решение представляется в виде двух слагаемых, соответствующих распространению собственных поверхностных волн в противоположных направлениях, и слагаемого, связанного с падающим полем. Из решения видно, что источниками возбуждения поверхностных волн в трубке служат ее концы, а также узкие области низкой проводимости. Благодаря им энергия падающей плоской волны преобразуется в энергию поверхностных волн. Полученное приближенное аналитическое решение позволяет найти распределение токов и зарядов вдоль УНТ, а также ее поляризуемость в широком частотном диапазоне. Удовлетворительное совпадение этих параметров с таковыми, полученными строгим численным решением, указывает на эффективность предложенного аналитического подхода в области высоких частот. На низких частотах аналитическое решение задачи значительно отличается от численного решения, что связано с приближенным характером первого.

Представленное аналитическое решение задачи рассеяния позволяет проследить физическую картину возбуждения и распространения поверхностных волн в УНТ с низкопроводящими включениями.

Приложение

Упрощенное выражение для потенциала Герца может быть получено с помощью формализма, который использовался для вывода уравнения Леонтовича – Левина [5]. Функцию Грина в свободном пространстве для УНТ (5) перепишем в виде

$$G(R, \varphi, z - z') = \frac{\exp(ikr)}{r},$$

где $r = \sqrt{(z - z')^2 + \xi^2}$ и $\xi = 2R \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)$. Запишем следующий интеграл:

$$T(z, \varphi) = \int_0^L \frac{j(z')}{r} \exp(ikr) dz',$$

который с учетом (2) преобразуется к виду [5]:

$$T(z, \varphi) = -2j(z) \ln(q\xi) + V[z, j(z)], \quad (17)$$

где q – произвольная константа и

$$V[z, j(z)] = \int_0^L \ln(2q|z - z'|) \exp(ik|z - z'|) \cdot \left[\frac{z - z'}{|z - z'|} \frac{\partial j(z')}{\partial z'} - ikj(z') \right] dz'.$$

В выражении (17) пренебрежем вкладом слагаемого $V[z, j(z)]$ аналогично, как при записи уравнения Леонтовича – Левина в нулевом приближении (6).

Подставляя интеграл (17) в выражение для потенциала Герца (12) и интегрируя по φ , получаем $\Pi^e(R, z) \approx \frac{iRX}{2\epsilon_0\omega} j(z)$ – упрощенное выражение для потенциала Герца рассеянного поля на поверхности УНТ.

Библиографические ссылки / References

1. Reich S, Thomsen C, Maultzsch J. *Carbon Nanotubes: Basic Concepts and Physical Properties*. Wiley; 2004.
2. Slepyan GY, Maksimenko SA, Lakhtakia A, Yevtushenko O, Gusakov AV. Electrodynamics of carbon nanotubes: Dynamic conductivity, impedance boundary conditions, and surface wave propagation. *Physical Review B*. 1999;60(24):17136–17149. DOI: 10.1103/PhysRevB.60.17136.
3. Burke PJ. Luttinger liquid theory as a model of the gigahertz electrical properties of carbon nanotubes. *IEEE Transactions on Nanotechnology*. 2002;99(3):129–144. DOI: 10.1109/TNANO.2002.806823.
4. Maffucci A, Miano G, Villone F. A New Circuit Model for Carbon Nanotube Interconnects With Diameter-Dependent Parameters. *IEEE Transactions on Nanotechnology*. 2009;8(3):345–354. DOI: 10.1109/TNANO.2008.2010545.
5. Slepyan GYa, Shuba MV, Maksimenko SA, Lakhtakia A. Theory of optical scattering by achiral carbon nanotubes and their potential as optical nanoantennas. *Physical Review B*. 2006;73:195416. DOI: 10.1103/PhysRevB.73.195416.
6. Hanson G. Fundamental transmitting properties of carbon nanotube antennas. *IEEE Transactions on Antennas Propagation*. 2005;53(11):3426–3435. DOI: 10.1109/TAP.2005.858865.
7. Burke PJ, Shengdong Li, Zhen Yu. Quantitative theory of nanowire and nanotube antenna performance. *IEEE Transactions on Nanotechnology*. 2006;5(4):314–334. DOI: 10.1109/TNANO.2006.877430.
8. Kuzhir P, Paddubskaya A, Bychanok D, Nemilentsau A, Shuba M, Plusch A, et al. Microwave probing of nanocarbon based epoxy resin composite films: Toward electromagnetic shielding. *Thin Solid Films*. 2011;519(12):4114–4118. DOI: 10.1016/j.tsf.2011.01.198.
9. Seo MA, Yim JH, Ahn YH, Rotermund F, Kim DS, Lee S, et al. Terahertz electromagnetic interference shielding using single-walled carbon nanotube flexible films. *Applied Physics Letters*. 2008;93:231905. DOI: 10.1063/1.3046126.
10. Shuba MV, Maksimenko SA, Slepyan GYa. Absorption cross-section and near-field enhancement in finite-length carbon nanotubes in the terahertz-to-optical range. *Journal of Computational and Theoretical Nanoscience*. 2009;6(9):2016–2023. DOI: 10.1166/jctn.2009.1258.
11. Shuba MV, Slepyan GYa, Maksimenko SA, Thomsen C, Lakhtakia A. Theory of multiwall carbon nanotubes as waveguides and antennas in the infrared and the visible regimes. *Physical Review B*. 2009;79:155403. DOI: 10.1103/PhysRevB.79.155403.
12. Shuba MV, Melnikov AV, Paddubskaya AV, Kuzhir PP, Maksimenko SA, Thomsen C. The role of finite size effects in the microwave and sub-terahertz electromagnetic response of multiwall carbon nanotube based composite: theory and interpretation of experiment. *Physical Review B*. 2013;88:045436 (8p). DOI: 10.1103/PhysRevB.88.045436.
13. Shuba MV, Maksimenko SA, Lakhtakia A. Electromagnetic wave propagation in an almost circular bundle of closely packed metallic carbon nanotubes. *Physical Review B*. 2007;76:155407. DOI: 10.1103/PhysRevB.76.155407.
14. Shuba MV, Melnikov AV, Kuzhir PP, Maksimenko SA, Slepyan GY, Boag A. Integral equation technique for scatters with mesoscopic insertions: Application to a carbon nanotube. *Physical Review B*. 2017;96:205414. DOI: 10.1103/PhysRevB.96.205414.
15. Kamenev A, Kohn W. Landauer conductance without two chemical potentials. *Physical Review B*. 2001;63:155304. DOI: 10.1103/PhysRevB.63.155304.
16. Odintsov AA, Tokura Y. Contact phenomena in carbon nanotubes. *Physica B*. 2000;284–288(2):1752–1753. DOI: 10.1016/S0921-4526(99)02920-8.
17. Pedersen MH, Büttiker M. Scattering theory of photon-assisted electron transport. *Physical Review B*. 1998;58:12993–13006. DOI: 10.1103/PhysRevB.58.12993.
18. Berres JA, Hanson GW. Multiwall Carbon Nanotubes at RF-THz Frequencies: Scattering, Shielding, Effective Conductivity, and Power Dissipation. *IEEE Transactions on Antennas Propagation*. 2011;59(8):3098–3103. DOI: 10.1109/TAP.2011.2158951.

Статья поступила в редколлегию 29.06.2018.
Received by editorial board 29.06.2018.