УДК 530.1

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ПЕРВИЧНЫХ ЧЕРНЫХ ДЫР В РАННЕЙ ВСЕЛЕННОЙ И ИНФЛЯЦИОННАЯ КОСМОЛОГИЯ

А. Э. ШАЛЫТ-МАРГОЛИН[1)]

[1)]*Институт ядерных проблем БГУ, ул. Бобруйская, 11, 220006, г. Минск, Беларусь*

Первичные черные дыры могут возникнуть в ранней Вселенной независимо от того, какой космологический сценарий ее расширения (инфляционный, циклический или другой) реализуется. Однако само существование данных объектов может изменить основные параметры вышеуказанного сценария, если они возникают до начала его осуществления, т. е. в первые мгновения после Большого взрыва. В связи с этим исследование формирования и испарения первичных черных дыр является эффективным инструментом для изучения процессов в ранней Вселенной, в частности гравитационного коллапса, различных космологических моделей, а также физики высоких энергий. В настоящее время такие черные дыры обычно исследуются в рамках полуклассической аппроксимации, т. е. когда вторично квантованные поля материи рассматриваются на фоне классического пространства-времени. Но так как энергии, при которых образуются первичные черные дыры, часто близки к планковским энергиям, подобное рассмотрение не может считаться удовлетворительным, поскольку в этом случае становятся существенными квантово-гравитационные эффекты. В работе показано, как порожденные данными эффектами квантово-гравитационные поправки учитываются в инфляционных космологических моделях, если в доинфляционную эпоху возникают первичные черные дыры. Продемонстрировано, что в рамках справедливости обобщенного принципа неопределенности эти поправки могут быть вычислены для всех основных инфляционных параметров, таких как масштабный фактор, параметр Хаббла, параметры медленного скатывания и др.

Ключевые слова: первичные черные дыры; инфляционная космология; квантово-гравитационные поправки.

Благодарность. Автор выражает благодарность рецензенту за важные замечания по тексту статьи.

Образец цитирования:
Шалыт-Марголин АЭ. Некоторые аспекты первичных черных дыр в ранней Вселенной и инфляционная космология. *Журнал Белорусского государственного университета. Физика.* 2023;2:74–81.
https://doi.org/10.33581/2520-2243-2023-2-74-81

For citation:
Shalyt-Margolin AE. Some aspects of primary black holes in the early Universe and inflationary cosmology. *Journal of the Belarusian State University. Physics.* 2023;2:74–81. Russian.
https://doi.org/10.33581/2520-2243-2023-2-74-81

Автор:
Александр Эммануилович Шалыт-Марголин – доктор физико-математических наук; главный научный сотрудник лаборатории фундаментальных взаимодействий.

Author:
Alexander E. Shalyt-Margolin, doctor of science (physics and mathematics); chief researcher at the laboratory of fundamental interactions.
a.shalyt@mail.ru
https://orcid.org/0000-0003-4177-3563

SOME ASPECTS OF PRIMARY BLACK HOLES IN THE EARLY UNIVERSE AND INFLATIONARY COSMOLOGY

A. E. SHALYT-MARGOLIN[a]

[a]*Institute for Nuclear Problems, Belarusian State University, 11 Babrujskaja Street, Minsk 220006, Belarus*

Primary black holes can arise in the early Universe irrespective of what cosmological scenario of its expansion (inflationary, cyclic or other) is realised. However, the very existence of these objects can change the basic parameters of the above scenario if they arise before the beginning of its realisation, i. e. in first moments after the Big Bang. Therefore, the investigation of the formation and evaporation of primary black holes is a powerful tool to study the processes in the early Universe, in particular, the gravitational collapse, various cosmological models, and also high energy physics. At present these black holes are studied most often within the semiclassical approximation, i. e. in the case when the secondary quantised fields of matter are considered against the classical space-time background. But since energies at which primary black holes arise often are close to Planckian energies, such consideration cannot be considered satisfactory, since in this case quantum-gravitational effects become essential. This paper demonstrates the ways to include the quantum-gravitational corrections generated by this effects in inflationary cosmological models if primary black holes arise in the preinflationary epoch. It is shown that, due to the validity of the generalised uncrtainty principle, these corrections may be calculated for all the fundamental inflationary parameters, specifically, for the scale factor, Hubble parameter, slow roll parameters, etc.

Keywords: primary black holes; inflationary cosmology; quantum-gravitational corrections.

Acknowledgements. The author would like to thank the reviewer for his important comments on the text of the article.

Введение

В соответствии с современными представлениями наиболее высокие энергии, при которых должны проявляться физические законы, определяются планковскими энергиями $E_P \approx 10^{19}$ ГэВ. Именно при этих энергиях существенную роль начинают играть квантово-гравитационные эффекты. Так, в работе [1] сформулирована гипотеза о том, что граница применимости известной квантовой теории поля [2] намного ниже планковской энергии E_P. В публикациях [3; 4] эта гипотеза доказана в предположении, что пространственно-временная (иначе квантовая) пена [5–10] при планковских масштабах состоит из микроскопических черных дыр (или квантовых черных дыр (КЧД)) с радиусом Шварцшильда, близким к планковской длине l_P (см., например, [9; 10]). Всюду далее предполагается, что пространственно-временная пена состоит из КЧД.

Следует отметить, что для черной дыры большого размера квантово-гравитационные эффекты исчезающе малы и поэтому, как правило, не учитываются при вычислении температуры, энтропии и других параметров. Напротив, для КЧД указанные эффекты являются весьма существенными, ввиду чего обязательно должны учитываться в расчетах.

Ясно, что в космологии, по крайней мере при очень высоких энергиях (близких к планковским), т. е. в ранней Вселенной, квантово-гравитационные эффекты также должны быть учтены в любом случае, независимо от того, осуществляется инфляционный сценарий или нет. Тогда эти эффекты могут порождаться черными дырами малых размеров, и в частности КЧД.

В данном случае можно считать эти черные дыры малых размеров первичными черными дырами (ПЧД) [11] и исследовать вопрос о том, как последние влияют на известные космологические параметры в ранней Вселенной. В настоящей работе начато такое исследование в рамках инфляционной парадигмы. Показано, как учет квантово-гравитационных поправок для вышеуказанных черных дыр, возникающих в доинфляционную эпоху, может изменять основные параметры инфляции – масштабный фактор, параметр Хаббла, параметры медленного скатывания.

Первичные черные дыры

Черные дыры, образующиеся в ранней Вселенной, называют первичными. Наиболее общим механизмом формирования ПЧД является гравитационный коллапс материи высокой плотности, порожденный космологическими возмущениями, которые возникают, например, в процессе инфляции (но необязательно) в ранней Вселенной [11]. Однако идея формирования ПЧД появилась намного раньше, чем первые инфляционные модели, в частности в работе [12] и независимо в статьях [13; 14].

К настоящему времени в исследовании ПЧД получен ряд важных результатов, среди которых – достаточно точная оценка массы ПЧД $M_H(t)$, образующейся в течение времени t после Большого взрыва [15–17]:

$$M_H(t) \approx \frac{c^3 t}{G} \approx 10^{15}\left(\frac{t}{10^{-23}}\right). \tag{1}$$

Из выражения (1) непосредственно следует, что ПЧД обладают широким спектром масс. В частности, для планковского времени $t_{\mathrm{P}} \approx 10^{-43}$ с ПЧД имеет планковскую массу $M_H(t) \approx 10^{-5}$ г, т. е. в этом случае квантово-гравитационные эффекты будут существенными.

Установлено, что исследование формирования и испарения ПЧД является эффективным инструментом для изучения процессов в ранней Вселенной, в частности гравитационного коллапса, различных космологических моделей, а также физики высоких энергий и квантовой гравитации. В последнем случае в квантово-гравитационной области образование устойчивых планковских остатков после испарения черных дыр может наложить важные ограничения на значения известных космологических параметров.

Под КЧД понимаются шварцшильдовы черные дыры с радиусом горизонта событий и массой, близкими к планковским: $r = r_{qbh} \propto l_{\mathrm{P}}$, $m = m_{qbh} \propto M_{\mathrm{P}}$ [18]. Здесь и далее для обозначения параметров КЧД используется нижний индекс qbh (*quantum black hole*).

Возникает естественный вопрос: «Как могут образовываться КЧД»? Первый и наиболее очевидный путь формирования таких объектов – испарение большой (классической) черной дыры вследствие установленного С. Хокингом теплового излучения [19] и образования на финальном этапе этого испарения устойчивого планковского остатка. Следует отметить, что все представленные в работе [19] вычисления справедливы лишь в рамках полуклассической аппроксимации, т. е. когда вторично квантованные поля материи рассматриваются на фоне классического пространства-времени. Но финальная часть данного излучения осуществляется только при планковских масштабах, т. е. в области, где квантово-гравитационные эффекты являются существенными и полуклассическая аппроксимация теряет силу. Как показано во многих работах, в этом случае может образоваться устойчивый планковский остаток [20; 31].

Однако в силу формулы (1) КЧД могут возникать в ранней Вселенной в качестве ПЧД в течение планковского времени $t_{\mathrm{P}} \approx 10^{-43}$ с. Независимо от способа образования КЧД квантово-гравитационные эффекты для них являются существенными.

Во всех случаях можно найти квантово-гравитационные поправки для основных характеристик черных дыр, которые для КЧД будут значительными.

В частности, если при переходе к высоким (планковским) энергиям справедлив обобщенный принцип неопределенности [21–23]

$$(\delta X)(\delta P) \geq \frac{\hbar}{2}\left(1 + \frac{\alpha^2 l_{\mathrm{P}}^2}{\hbar^2}(\delta P)^2\right), \tag{2}$$

то существуют нижние пределы для радиуса горизонта событий $r = r_{\min}$ и массы $M = M_0$ черной дыры [23, formula (20)]:

$$r_{\min} = (\delta X)_0 = \sqrt{\frac{e}{2}}\alpha l_{\mathrm{P}},\ M_0 = \frac{\alpha\sqrt{e}}{2\sqrt{2}} M_{\mathrm{P}}, \tag{3}$$

где α, e – модельно-зависимые параметры первого порядка; $r_{\min} \propto l_{\mathrm{P}}$, $M_0 \propto M_{\mathrm{P}}$.

В рамках обобщенного принципа неопределенности (2) квантовые (точнее, квантово-гравитационные) коррекции температуры излучения Хокинга черной дыры массой M имеют вид [23]

$$T_{\mathrm{H},\,q} \simeq \frac{1}{8\pi M l_{\mathrm{P}}^2}\left(1 + \frac{1}{2e}\left(\frac{M_0}{M}\right)^2 + \frac{5}{8e^2}\left(\frac{M_0}{M}\right)^4 + \frac{49}{48e^3}\left(\frac{M_0}{M}\right)^6 + \ldots\right), \tag{4}$$

где первый член является лидирующим.

Здесь и далее для скорости света c используется нормировка $c = 1$.

В случае применения этой нормировки для шварцшильдовых черных дыр имеет место формула [24]

$$r_{BH} = 2MG, \tag{5}$$

где $r_{BH} = r_M$ – радиус горизонта событий шварцшильдовой черной дыры. Тогда формула (4) может быть переписана в виде

$$T_{\mathrm{H},\,q} \simeq \frac{1}{8\pi M l_{\mathrm{P}}^2}\left(1 + \frac{1}{2e}\left(\frac{r_{\min}}{r_M}\right)^2 + \frac{5}{8e^2}\left(\frac{r_{\min}}{r_M}\right)^4 + \frac{49}{48e^3}\left(\frac{r_{\min}}{r_M}\right)^6 + \ldots\right). \tag{6}$$

Из формул (5) и (6) непосредственно следует, что для черных дыр с массой и радиусом горизонта событий, близкими к минимальным ($M \simeq M_0$, $r_M \simeq r_{\min}$), в частности для КЧД, следующие после лидирующего члены в суммах (4) и (6) также вносят существенный вклад в температуру $T_{\text{H},\,q}$ и должны учитываться.

Очевидно, что формулы (4) и (6) можно рассматривать как (квантово-гравитационную) деформацию температуры излучения Хокинга черной дыры $T_{\text{H}} = \frac{1}{8\pi M l_{\text{P}}^2}$ в полуклассической аппроксимации [24] с параметром деформации

$$\frac{r_{\min}^2}{R^2(A)} \doteq \alpha_{R(A)}, \tag{7}$$

где $R(A) = r_M$ – радиус горизонта событий черной дыры.

Следует отметить, что этот параметр деформации был введен ранее в работах [25; 26], когда изучалась высокоэнергетическая (при планковских масштабах) деформация квантовой механики в терминах деформированной квантово-механической матрицы плотности. Достоинством данного параметра является то, что он малый, безразмерный, и поэтому по нему удобно разлагать в ряд.

Аналогичные результаты справедливы и при вычислении других величин, в частности энтропии черных дыр.

Инфляционная модель и ПЧД, возникающие в доинфляционную эпоху

Метрика шварцшильдовой черной дыры имеет вид [27]

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2MG}{r}\right)dt^2 - \left(1 - \frac{2MG}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 d\Omega^2. \tag{8}$$

При исследовании ранней Вселенной для ПЧД метрика Шварцшильда (8) заменяется метрикой Шварцшильда – де Ситтера [30], которой наделяются шварцшильдовы черные дыры с малым радиусом горизонта событий, возникающие в доинфляционную эпоху:

$$ds^2 = -f(\tilde{r})dt^2 + \frac{d\tilde{r}^2}{f(\tilde{r})} + \tilde{r}^2 d\Omega^2, \tag{9}$$

где $f(\tilde{r}) = 1 - \frac{2MG}{\tilde{r}} - \frac{\Lambda\tilde{r}^2}{3}$, $\tilde{r}$ – малая величина, а Λ – космологическая постоянная.

Такая черная дыра в общем случае может иметь два горизонта, соответствующих двум разным нулям функции $f(\tilde{r})$, – горизонт событий черной дыры и космологический горизонт. В частности, так будет, когда величина M является малой [28; 29], и это как раз рассматриваемый случай в силу формулы (1).

Метрика (9) отличается от метрики (8) только членом $\frac{\Lambda\tilde{r}^2}{3}$ в функции $f(\tilde{r})$. Но согласно современным данным космологическая константа Λ исчезающе мала. Кроме того, мал радиус ПЧД $\tilde{r}$, следовательно, число $\frac{\Lambda\tilde{r}^2}{3}$ также мало. Таким образом, в этом случае метрики (8) и (9) с высокой точностью совпадают и из двух нулей функции $f(\tilde{r})$ выбирается тот, который соответствует горизонту событий черной дыры.

В общем случае в космологии, в частности инфляционной, метрика (9) записывается в терминах конформного времени η [30]:

$$ds^2 = a^2(\eta)\left\{-d\eta^2 + \left(1 + \frac{\mu^3\eta^3}{r^3}\right)^{\frac{4}{3}}\left[\left(\left(1 - \frac{\mu^3\eta^3}{r^3}\right)\Big/\left(1 + \frac{\mu^3\eta^3}{r^3}\right)\right)^2 dr^2 + r^2 d\Omega^2\right]\right\}, \tag{10}$$

где $\mu = \left(\frac{MGH_0}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$ (H_0 – параметр де Ситтера – Хаббла), масштабный фактор a есть функция конформного времени η вида

$$a(\eta) = \frac{-1}{H(t_0)\eta}, \ \eta < 0, \tag{11}$$

r удовлетворяет условию $r_0 < r < \infty$, а значение $r_0 = -\mu\eta$ в системе координат (10) соответствует сингулярности черной дыры.

В силу формулы (5) μ может быть записано следующим образом:

$$\mu = \left(\frac{r_M H_0}{4}\right)^{\frac{1}{3}}, \tag{12}$$

где $\tilde{r} = r_M$ – радиус черной дыры с метрикой Шварцшильда – де Ситтера (9), который, как указано в начале раздела, с высокой точностью удовлетворяет условию (5) для шварцшильдовой черной дыры. Кроме того, предполагается, что исходная черная дыра, метрика которой удовлетворяет формуле (9), по размеру строго превосходит «минимальную» черную дыру (3) и находится в ее поле:

$$r_M > r_{\min},\ M > M_0.$$

Однако μ из формулы (12) имеет такой вид только без учета квантово-гравитационных поправок. В работе [23] эти поправки были учтены для произвольной шварцшильдовой черной дыры в рамках справедливости обобщенного принципа неопределенности (2). В статьях [33; 34] оценено минимальное приращение площади горизонта событий черной дыры, поглощающей частицу размером R с энергией E: $(\Delta A)_0 \simeq 4l_{\mathrm{P}}^2(\ln 2)ER$. В квантовом рассмотрении $R \sim 2\delta X$ и $E \sim \delta P$ из формулы (2).

На основании этого результата в работе [23] было получено явное выражение для квантово-гравитационной поправки (обозначенной через $(\Delta A)_0$) к площади горизонта событий любой шварцшильдовой черной дыры, если имеет место формула (2) [23, formula (27)]:

$$(\Delta A)_0 \approx 4l_{\mathrm{P}}^2 \ln 2 \exp\left(-\frac{1}{2}W\left(-\frac{1}{e}\frac{A_0}{A}\right)\right), \tag{13}$$

где A – площадь горизонта событий данной шварцшильдовой черной дыры; $A_0 = 4\pi(\delta X)_0^2$ – площадь горизонта событий «минимальной» КЧД (3). Тогда, учитывая выражение (7), формулу (13) можно переписать в виде

$$(\Delta A)_0 \approx 4l_{\mathrm{P}}^2 \ln 2 \exp\left(-\frac{1}{2}W\left(-\frac{1}{e}\alpha_{R(A)}\right)\right). \tag{14}$$

Выражение $W\left(-\frac{1}{e}\alpha_{R(A)}\right)$ в правой части формулы (14) представляет значение в точке $-\frac{1}{e}\alpha_{R(A)}$ функции Ламберта $W(u)$, удовлетворяющей уравнению [23, formula (9); 35, formula (1.5)]

$$W(u)e^{W}(u) = u. \tag{15}$$

Ясно, что для черной дыры большого размера с площадью горизонта событий A величина параметра деформации $\alpha_{R(A)}$ исчезающе мала и близка к нулю. В этом случае значение $W\left(-\frac{1}{e}\alpha_{R(A)}\right)$ тоже находится вблизи $W(0)$. Легко видеть, что $W(0) = 0$ является явным решением уравнения (15). Тогда в правой части формулы (13) имеем

$$\exp\left(-\frac{1}{2}W\left(-\frac{1}{e}\alpha_{R(A)}\right)\right) \approx 1,$$

и, следовательно, с высокой точностью

$$(\Delta A)_0 = 4l_{\mathrm{P}}^2 \ln 2.$$

Таким образом, для черных дыр большого размера, т. е. когда $A \gg A_0$, величина поправки (14) будет очень мала, и ее можно не учитывать.

Однако для шварцшильдовой черной дыры с малой площадью горизонта событий A величина $\alpha_{R(A)}$ является достаточно большой и приближается к единице, когда радиус горизонта событий r мал и близок к «минимальному» радиусу $r_{\min}$ из формулы (3). В этом случае учет поправки к площади горизонта событий (14) будет необходим. Он может играть существенную роль в вычислении скорректированных космологических параметров в ранней Вселенной. Очевидно, что квантово-гравитационная поправка вида (13) и (14) является квантовой деформацией полуклассической теории черных дыр в рамках определения, данного в работе [36], с параметром деформации $\frac{A_0}{A} = \alpha_{R(A)}$.

Стоит отметить, что в указанном случае предполагается справедливость обобщенного принципа неопределенности (2), который устанавливает нижние пределы для радиуса горизонта событий и массы черной дыры (3). Но из этого условия не следует, что «минимальная» черная дыра с параметрами (3) обязательно существует.

В силу того что шварцшильдова черная дыра с учетом квантово-гравитационной коррекции площади горизонта событий остается шварцшильдовой, т. е.

$$A + (\Delta A)_0 = 4\pi R^2(A, q), \tag{16}$$

с использованием вышеприведенных формул можно найти $R(A, q)$ – значение радиуса горизонта событий с учетом квантово-гравитационной поправки (13).

Из формулы (16) получаем

$$R(A, q) = \sqrt{(4\pi)^{-1}\left(A + (\Delta A)_0\right)} = \sqrt{(4\pi)^{-1}\left(4\pi R^2(A) + 4l_{\mathrm{P}}^2 \ln 2 \exp\left(-\frac{1}{2}W\left(-\frac{1}{e}\alpha_{R(A)}\right)\right)\right)}. \tag{17}$$

Ясно, что малые черные дыры, для которых поправка (13) будет существенной, не обязательно являются КЧД, и их радиус горизонта событий r_M может удовлетворять условию

$$r_M > r_{qbh}.$$

Если, как в работе [30], предположить, что в формуле (12) $\mu = \mathrm{const}$, то замена $\left(r_M = R(A)\right) \to$ $\to \left(r_{M_q} \doteq R(A, q)\right)$ приводит к замене $H_0 \to H_{0,q}$, удовлетворяющей условию

$$\mu = \left(\frac{r_M H_0}{4}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{r_{M_q} H_{0,q}}{4}\right)^{\frac{1}{3}}. \tag{18}$$

Так как потенциальная энергия инфляции $V(\varphi_0)$ связана с начальным параметром Хаббла H_0 уравнением Фридмана $H_0^2 = \dfrac{V(\varphi_0)}{3M_{\mathrm{P}}^2}$, то из формулы (18) получаем квантово-гравитационные поправки для $V(\varphi_0)$:

$$V(\varphi_0) \to V(\varphi_0)_q = 3M_{\mathrm{P}}^2 H_{0,q}^2 = \frac{3\mu^6}{16 r_{M_q}^2} M_{\mathrm{P}}^2.$$

Аналогично в этом случае могут быть найдены квантово-гравитационные поправки ко всем остальным инфляционным параметрам. Так, поправка к масштабному фактору $a(\eta)$ (11) определяется по формуле

$$a(\eta) \to a(\eta)_q \doteq \frac{-1}{H_{0,q}\eta}, \; \eta < 0,$$

поправка к параметру Хаббла $H(\eta) = \dfrac{a'(\eta)}{a^2(\eta)}$ задается выражением

$$H \to H_q = \frac{a'(\eta)_q}{a^2(\eta)_q}, \tag{19}$$

а поправка к параметрам медленного скатывания, например, к ϵ имеет вид [32]

$$\left(\epsilon = -\frac{\dot{H}}{H^2}\right) \mapsto \left(\epsilon_q = -\frac{\dot{H}_q}{H_q^2}\right). \tag{20}$$

Штрих в формуле (19) обозначает дифференцирование по η, а точка в формуле (20) – дифференцирование по t.

Условие $\epsilon \ll 1$ для медленного скатывания в инфляционном сценарии [32] в силу поправки (20) трансформируется в условие $\epsilon_q \ll 1$, которое должно быть дополнительно исследовано для оценки границы $r_{M_q} = R(A, q)$, т. е. по сути границы параметра деформации $\alpha_{R(A)}$ из формул (14) и (17).

Если учитывать процесс излучения шварцшильдовой ПЧД, то в силу вышеприведенных результатов в качестве ее начальной массы надо брать не M, а $M_q = \dfrac{r_{M_q}}{2G}$. В общем случае процесс такого излучения в подавляющем большинстве работ, в частности в публикации [30], рассматривается только в рамках полуклассической аппроксимации (без учета квантово-гравитационных эффектов), и поэтому предполагается, что ПЧД может полностью испариться.

Однако в исследуемом случае этого произойти не может в силу справедливости обобщенного принципа неопределенности (2) и формирования в результате испарения минимального (неисчезающего) планковского остатка (3) [31].

Тогда можно получить оценку потери массы черной дыры при ее излучении, но уже с учетом квантово-гравитационной поправки из общих формул. Так, в рассматриваемом случае скорость потери массы черной дыры будет иметь вид [24]

$$\frac{dM_q}{dt} \sim \sigma T_{\mathrm{H},\, q}^4 A_{M_q}, \tag{21}$$

где $T_{\mathrm{H},\, q}$ – температура черной дыры массой M_q с учетом квантово-гравитационной поправки (4); A_{M_q} – площадь горизонта событий этой черной дыры ($A_{M_q} = 4\pi r_{M_q}^2 = 4\pi R^2(A,\, q)$ из формулы (16)); $\sigma = \dfrac{\pi^2 k^4}{60\hbar^3 c^2}$ – константа Стефана – Больцмана.

Тогда формула (21) эквивалентна выражению [24, formula (10.1.19)]

$$-\frac{dM_q}{dt} \sim b\left(\frac{M_\mathrm{P}}{M_q}\right)^2 \left(\frac{M_\mathrm{P}}{t_\mathrm{P}}\right)^2 N, \tag{22}$$

где $b \approx 2{,}59 \cdot 10^{-6}$, а N – число видов частиц. Интегрируя уравнение (22) по выбранному промежутку времени, например по $\Delta t = t_\mathrm{infl} - t_0$, где $t_0 \approx 10^{-43}$ с (планковское время) и $t_\mathrm{infl} \approx 10^{-42}$ с (время начала инфляции), можно найти потерю массы черной дыры с учетом квантово-гравитационной поправки к моменту начала инфляции.

Следует отметить, что ПЧД малого радиуса не могут образовываться в результате инфляции, а возникают только до начала инфляции или в самом ее начале. В частности, ПЧД, формируемые в конце инфляции, не могут быть квантовыми, так как инфляция накладывает условие на нижний предел спектра масс ПЧД [16; 17]:

$$M > M_\mathrm{min} = M_\mathrm{P}\left(\frac{T_{RH}}{T_\mathrm{P}}\right)^{-2},$$

где T_{RH} – температура постинфляционного разогрева [32]; $T_\mathrm{P} \approx 10^{19}$ ГэВ – планковская температура. Из современной наблюдательной (экспериментальной) космологии непосредственно следует, что $T_{RH} \approx 10^{16}$ ГэВ [16], но тогда $M_\mathrm{min} \approx 10^6 M_\mathrm{P} \approx 10$ г, так как $M_\mathrm{P} \approx 10^{-5}$ г. В этом случае $M \gg M_{qbh} \approx M_\mathrm{P}$, следовательно, такая ПЧД не может быть квантовой. Таким образом, ПЧД малого радиуса в инфляционной космологии могут образовываться только в очень ранней Вселенной, т. е. до начала инфляции или в самом ее начале.

Заключение

В настоящей статье продемонстрировано, как в явном виде могут быть вычислены квантово-гравитационные поправки к основным космологическим параметрам в инфляционном сценарии, порожденные ПЧД в доинфляционную эпоху (ранняя Вселенная). Из представленных формул непосредственно следует, что для ПЧД малого радиуса эти поправки особенно велики, и потому они могут внести существенные коррекции в основные параметры инфляции.

Несмотря на то что вывод вышеприведенных формул прост и непосредственно основан на квантовой теории черных дыр, полученные результаты являются новыми и потенциально важными для исследования процессов в ранней Вселенной.

Новизна полученных результатов заключается в том, что до этого квантово-гравитационные эффекты для ПЧД в рамках инфляционной космологии не учитывались, и ПЧД рассматривались в рамках полуклассической аппроксимации независимо от времени их возникновения. Однако, как показывают формулы (1)–(4) и (6), а также данные работ [9; 10; 20–23], в очень ранние времена (близкие к планковским) это будет уже неверным, и квантово-гравитационные поправки могут существенно сдвигать инфляционные параметры.

Согласно результатам, полученным в статье [3], квантовая теория поля [2] в предположениях данной работы имеет верхнюю границу применимости $\tilde{E}$, которая намного ниже планковской энергии ($\tilde{E} \ll E_\mathrm{P}$). Очевидно, что квантово-гравитационные поправки, о которых шла речь выше, будут наиболее существенны в интервале энергий $\tilde{E} < E \le E_\mathrm{P}$, т. е. в той области, где актуализируется минимальная длина (3) и теория перестает быть локальной.

Как известно, инфляционная космология характеризуется космологическими возмущениями различной природы (скалярными, векторными, тензорными [32; 37; 38]; векторные возмущения обычно не учитываются, так как они очень быстро спадают). Тогда из результатов настоящей статьи следует, что на ранней стадии инфляции должны быть учтены квантово-гравитационные поправки этих возмущений, порожденные ПЧД.

Библиографические ссылки / References

1. Shalyt-Margolin A. The equivalence principle applicability boundaries, measurability, and UVD in QFT. *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*. 2021;24(1):38–55. DOI: 10.33581/1561-4085-2021-24-1-38-55.

2. Weinberg S. *The quantum theory of fields*. Cambridge: Cambridge University Press; 1995. 2 volumes.

3. Shalyt-Margolin A. The quantum field theory boundaries applicability and black holes thermodynamics. *International Journal of Theoretical Physics*. 2021;60(5):1858–1869. DOI: 10.1007/s10773-021-04804-1.

4. Shalyt-Margolin A. The discrete and continuous quantum field theories and natural ultraviolet cutting-off. *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*. 2021;24(3):280–291. DOI: 10.33581/1561-4085-2021-24-3-280-291.

5. Misner CW, Thorne KS, Wheeler JA. *Gravitation*. San Francisco: W. H. Freeman and Company; 1973. XXVII, 1278 p.

6. Hawking SW. Spacetime foam. *Nuclear Physics B*. 1978;144(2–3):349–362. DOI: 10.1016/0550-3213(78)90375-9.

7. Garay LJ. Spacetime foam as a quantum thermal bath. *Physical Review Letters*. 1998;80(12):2508. DOI: 10.1103/PhysRevLett.80.2508.

8. Scardigli F. Black hole entropy: a spacetime foam approach. *Classical and Quantum Gravity*. 1997;14(7):1781–1793. DOI: 10.1088/0264-9381/14/7/014.

9. Scardigli F. Generalized uncertainty principle in quantum gravity from micro-black hole gedanken experiment. *Physics Letters B*. 1999;452(1–2):39–44. DOI: 10.1016/S0370-2693(99)00167-7.

10. Scardigli F. Gravity coupling from micro-black holes. *Nuclear Physics B: Proceedings Supplements*. 2000;88(1–3):291–294. DOI: 10.1016/S0920-5632(00)00788-X.

11. Green AM, Kavanagh BJ. Primordial black holes as a dark matter candidate. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*. 2021;48(4):043001. DOI: 10.1088/1361-6471/abc534.

12. Zel'dovich YaB, Novikov ID. The hypothesis of cores retarded during expansion and the hot cosmological model. *Soviet Astronomy – AJ*. 1967;10(4):602–603.

13. Hawking S. Gravitationally collapsed objects of very low mass. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 1971; 152(1):75–78. DOI: 10.1093/mnras/152.1.75.

14. Carr BJ, Hawking SW. Black holes in the early Universe. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 1974;168(2): 399–415. DOI: 10.1093/mnras/168.2.399.

15. Carr BJ. The primordial black hole mass spectrum. *The Astrophysical Journal*. 1975;201:1–19. DOI: 10.1086/153853.

16. Carr BJ. Primordial black holes as a probe of cosmology and high energy physics. In: Giulini DJW, Kiefer C, Lämmerzahl C, editors. *Quantum gravity: from theory to experimental search*. Berlin: Springer-Verlag; 2003. p. 301–321 (Lecture notes in physics; volume 631). DOI: 10.1007/978-3-540-45230-0_7.

17. Carr BJ. Primordial black holes – recent developments. In: Chen P, Bloom E, Madejski G, Patrosian V, editors. *Proceedings of the 22nd Texas symposium on relativistic astrophysics at Stanford University; 2004 December 13–17; Stanford, USA*. [S. l.]: [s. n.]; 2004. p. 89–100.

18. Calmet X, Carr B, Winstanley E. *Quantum black holes*. Heidelberg: Springer; 2014. XI, 104 p. (SpringerBriefs in physics). DOI: 10.1007/978-3-642-38939-9.

19. Hawking SW. Particle creation by black holes. *Communications in Mathematical Physics*. 1975;43(3):199–220. DOI: 10.1007/BF02345020.

20. 't Hooft G, Giddings SB, Rovelli C, Nicolini P, Mureika J, Kaminski M, et al. Panel discussion, «The duel»: the good, the bad, and the ugly of gravity and information. In: Nicolini P, Kaminski M, Mureika J, Bleicher M, editors. *2nd Karl Schwarzschild meeting on gravitational physics; 2015 July 20–24; Frankfurt am Main, Germany*. Cham: Springer; 2018. p. 13–35 (Springer proceedings in physics; volume 208). DOI: 10.1007/978-3-319-94256-8_2.

21. Adler RJ, Santiago DI. On gravity and the uncertainty principle. *Modern Physics Letters A*. 1999;14(20):1371–1378. DOI: 10.1142/s0217732399001462.

22. Tawfik A, Diab A. Generalized uncertainty principle: approaches and applications. *International Journal of Modern Physics D*. 2014;23(12):1430025. DOI: 10.1142/S0218271814300250.

23. Nouicer K. Quantum-corrected black hole thermodynamics to all orders in the Planck length. *Physics Letters B*. 2007;646(2–3): 63–71. DOI: 10.1016/j.physletb.2006.12.072.

24. Frolov VP, Novikov ID. *Black hole physics: basic concepts and new developments*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers; 1998. XXI, 770 p. (Fundamental theories of physics; volume 96).

25. Shalyt-Margolin AE, Suarez JG. Quantum mechanics at Planck's scale and density matrix. *International Journal of Modern Physics D*. 2003;12(7):1265–1278. DOI: 10.1142/s0218271803003700.

26. Shalyt-Margolin AE, Tregubovich AYa. Deformed density matrix and generalized uncertainty relation in thermodynamics. *Modern Physics Letters A*. 2004;19(1):71–81. DOI: 10.1142/s0217732304012812.

27. Wald RM. *General relativity*. Chicago: University of Chicago Press; 1984. XIII, 491 p. DOI: 10.7208/chicago/9780226870373.001.0001.

28. Nariai H. On some static solutions of Einstein's gravitational field equations in a spherically symmetric case. *Science Reports of the Tohoku University. Series 1, Physics, chemistry, astronomy*. 1950;34(3):160–167.

29. Nariai H. On a new cosmological solution of Einstein's field equations of gravitation. *Science Reports of the Tohoku University. Series 1, Physics, chemistry, astronomy*. 1951;35(1):62–67.

30. Prokopec T, Reska P. Scalar cosmological perturbations from inflationary black holes. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*. 2011;3:050. DOI: 10.1088/1475-7516/2011/03/050.

31. Adler RJ, Chen P, Santiago DI. The generalized uncertainty principle and black hole remnants. *General Relativity and Gravitation*. 2001;33(12):2101–2108. DOI: 10.1023/A:1015281430411.

32. Gorbunov DS, Rubakov VA. *Introduction to the theory of the early Universe: cosmological perturbations and inflationary theory*. Singapore: World Scientific; 2011. XIII, 489 p.

33. Bekenstein JD. Black holes and entropy. *Physical Review D*. 1973;7(8):2333. DOI: 10.1103/PhysRevD.7.2333.

34. Bekenstein JD. Black holes and the second law. *Lettere al Nuovo Cimento*. 1972;4(15):737–740. DOI: 10.1007/BF02757029.

35. Corless RM, Gonnet GH, Hare DEG, Jeffrey DJ, Knuth DE. On the Lambert *W* function. *Advances in Computational Mathematics*. 1996;5:329–359. DOI: 10.1007/BF02124750.

36. Faddeev LD. [Mathematical view on the evolution of physics]. *Priroda*. 1989;5:11–16. Russian.

37. Weinberg S. *Cosmology*. Oxford: Oxford University Press; 2008. XVII, 593 p.

38. Mukhanov V. *Physical foundations of cosmology*. Cambridge: Cambridge University Press; 2005. XX, 421 p. DOI: 10.1017/CBO9780511790553.

Получена 12.04.2023 / исправлена 27.04.2023 / принята 04.05.2023.
Received 12.04.2023 / revised 27.04.2023 / accepted 04.05.2023.