УДК 537.311.33

УТОЧНЕНИЕ КРИТЕРИЯ СИЛЬНОЙ ЛОКАЛИЗАЦИИ ЭЛЕКТРОНОВ НА ПОВЕРХНОСТИ ПОЛУПРОВОДНИКА

Т. Т. МУРАТОВ[1)]

[1)]*Ташкентский государственный педагогический университет им. Низами, ул. Бунёдкор, 27, 100185, г. Ташкент, Узбекистан*

Анализируется возможность значительной локализации двумерного электронного газа на поверхности сильнолегированного полупроводника. Получена аналитическая формула для среднего сечения низкоэнергетического рассеяния приповерхностных электронов с учетом функции распределения Ферми – Дирака. Отмечается существенная особенность точки $E_F = 0$ в квазидвумерных электронных системах, в отличие от их трехмерных аналогов. На основе правила Иоффе – Регеля и полученной формулы для среднего сечения рассеяния найден более точный, реалистичный критерий сильной локализации, чем тот, который был определен в других цитируемых работах.

Ключевые слова: приповерхностный слой; естественный размерный эффект; правило Иоффе – Регеля; сечение двумерного рассеяния; приближение Томаса – Ферми; функция распределения Ферми – Дирака; критерий сильной локализации.

REFINEMENT OF THE CRITERION FOR STRONG LOCALIZATION OF ELECTRONS ON A SEMICONDUCTOR SURFACE

T. T. MURATOV[a]

[a]*Tashkent State Pedagogical University named after Nizami, 27 Bunedkor Street, Tashkent 100185, Uzbekistan*

Possibility of strong localization of the two-dimensional electron gas on the surface of the highly doped semiconductor is analyzed. Analytical formula for cross-section of low-energy scattering of surface electrons with take into account Fermi – Dirac's distribution was obtained. Is noted about substantial feature of the point $E_F = 0$ in quasi two-dimensional electrons systems than in its three-dimensional analogs. On the basis of Ioffe – Regel's rule and formula obtained for average cross-section of scattering more precise realistic criterion of strong localization was obtained than it which has been obtained in other quoted articles.

Key words: near-surface layer; natural size effect; Ioffe – Regel's rule; cross-section of two-dimensional scattering; Thomas – Fermi's approximation; Fermi – Dirac's distribution function; criterion of strong localization.

Введение

Реальная поверхность полупроводникового кристалла всегда имеет различного рода микроскопические и макроскопические дефекты структуры. Это могут быть ионы примеси, атомы в междоузлиях, вакансии, точечные дефекты, дислокации, границы зерен и т. п. В состоянии термодинамического равновесия полупроводника поверхностный заряд (ПЗ), индуцированный вышеуказанными дефектами,

Образец цитирования:
Муратов Т. Т. Уточнение критерия сильной локализации электронов на поверхности полупроводника // Журн. Белорус. гос. ун-та. Физика. 2018. № 2. С. 117–124.

For citation:
Muratov T. T. Refinement of the criterion for strong localization of electrons on a semiconductor surface. *J. Belarus. State Univ. Phys.* 2018. No. 2. P. 117–124 (in Russ.).

Автор:
Темур Ташкабаевич Муратов – соискатель кафедры методики преподавания физики и астрономии физико-математического факультета.

Author:
Temur T. Muratov, competitor at the department of teaching methods in physics and astronomy, faculty of physics and mathematics.
temur-muratov@yandex.ru

скомпенсирован равным по величине, но противоположным по знаку зарядом в приповерхностном слое полупроводника. Компенсирующий заряд может быть образован в полупроводнике ионизированными донорами и акцепторами, электронами и дырками. Приповерхностный слой полупроводника, где локализован ПЗ, называется областью пространственного заряда (ОПЗ). При определенных условиях ширина ОПЗ оказывается сравнимой со средним расстоянием между атомами и ионами примеси [1] и, как правило, существует естественный размерный эффект. Следовательно, плотность заряда вблизи поверхности не является непрерывно распределенной, а формируется ансамблем дискретных $D^-\left(A^+\right)$-центров. Сосредоточенное распределение ПЗ индуцирует на поверхности полупроводника хаотический (случайный) потенциал, который рассеивает электроны в двумерной поверхностной зоне. Природа хаотического потенциала связывается с флуктуациями в расположении примесных ионов [2].

Рассеяние электронов хаотическим потенциалом приводит к уменьшению длины свободного пробега ℓ, и в том случае, когда ее величина становится меньше длины волны электрона ($\ell \le \lambda$), она теряет физический смысл. Электроны могут двигаться лишь в ограниченной области кристалла, не имея возможности удалиться от центра на расстояние, сравнимое с ℓ. Тогда электронные состояния локализуются [2]. Согласно правилу Иоффе – Регеля локализованы те состояния, для которых выполняется условие

$$k\ell \le 1, \tag{1}$$

где k – модуль двумерного квазиволнового вектора.

Теоретический анализ формулы сечения рассеяния σ медленных электронов в двумерном случае, в отличие от трехмерного, приводит к тому, что с уменьшением энергии сечение рассеяния возрастает [3]. Следовательно, в двумерных электронных системах при $T \to 0$ длина свободного пробега электрона должна сильно сокращаться ($\ell \infty \frac{1}{\sigma}$), и, как следствие, вероятность возникновения состояния сильной локализации электронной плотности δ в двумерном случае более высокая, чем в трехмерном.

Возможность возникновения состояния сильной локализации электронной плотности требует выполнения условия сильного вырождения двумерного электронного газа в приближении Томаса – Ферми, что и было сделано в работе [4], в которой на основе правила (1) был получен критерий сильной локализации двумерного электронного газа. В качестве объекта теоретического анализа был выбран модельный полупроводник *n*-типа при $T = 0$ К. При данной ситуации возможно образование обедненного слоя с неэкранированными зарядами примеси (рис. 1). Таким образом, в самом полупроводнике энергия (уровень) Ферми расположена в зоне проводимости, а вблизи поверхности образуется область объемного заряда (область обеднения полупроводника электронами) в результате перехода электронов из зоны проводимости (с-зоны) на поверхностные состояния (обусловленные ловушками для электронов). Однако в процессе вывода критерия авторы работы [4] заменили в формуле для сечения рассеяния медленных электронов в двумерном случае на некотором случайном потенциале квазиволновой вектор электрона k на его волновой вектор на уровне Ферми, т. е. $k \to k_F$, что некорректно, если учесть зависимость квазиволнового вектора от энергии: $k = k\left(E\right)$. Кроме того, сечение рассеяния медленных электронов в двумерном случае имеет логарифмическую особенность при $k = 0$ [3]. Следовательно, состояние $k_F = 0$ в двумерных системах в принципе недостижимо*.

Результат, представленный в [4], не учитывает функцию распределения по квантовым состояниям, а именно: следовало бы усреднить сечение рассеяния электронов по их энергиям на основе функции распределения Ферми – Дирака.

Цель настоящей работы – уточнение критерия сильной локализации на основе энергетического усреднения сечения двумерного рассеяния электронов на случайном потенциале, индуцированном ионами примеси.

Для достижения этой цели нами предлагается вспомогательная модель, в которой исходным положением уровня Ферми является не дно поверхностной зоны проводимости $E_F\left(0\right) = E_{cs}$, как в работе [4], а ее окрестность $E_F\left(T\right) = E_{cs} \pm k_B T$ (см. рис. 1).

*Именно этот случай в асимптотическом пределе $k \to 0$ представляет наибольший интерес с точки зрения теории поверхностных электронных свойств полупроводников. Дело в том, что вблизи дна поверхностной зоны кинетическая энергия электронов равна нулю ($k = 0$, $\frac{\hbar^2 k^2}{2m} = 0$). В сильновырожденном квазидвумерном электронном газе средняя энергия электронов примерно равна энергии Ферми, а это означает, что при $T = 0$ К уровень Ферми закрепляется у дна поверхностной зоны, что равносильно случаю $E_F = 0$ (см. рис. 1). Электроны оказываются сильнолокализованными в самосогласованном потенциале V_i заряженных доноров. Ясно, что при этом классическая длина свободного пробега электронов ℓ равна нулю. Соответственно, классическая электропроводность отсутствует.

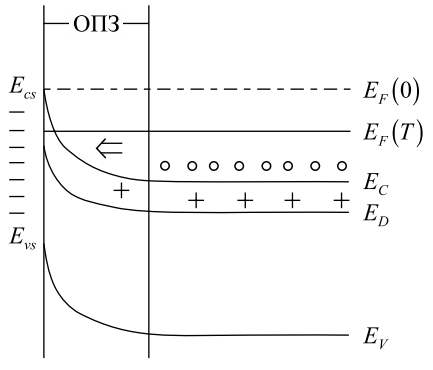


Рис. 1. Изгиб энергетических зон «вверх» при наличии ОПЗ. Представленная модель предполагает пиннинг уровня Ферми в середине зоны поверхностных состояний (условие выполнения приближения Томаса – Ферми [1]). При $T \to 0$ уровень Ферми поднимается и достигает предельного положения (закрепляется) у дна поверхностной зоны проводимости E_{cs}, что соответствует состоянию сильной локализации электронов (пунктирная линия)

Fig. 1. Bending of energy bands in the presence of surface charge. In our model is suggested the pinning of Fermi level in the middle of surface states band (condition of implementation of Thomas – Fermi's approximation [1]). At $T \to 0$ the Fermi level climbs and achieved extremely position (attached) to the bottom of surface conductivity band E_{cs}, that conformed to strong localization electron states (the puncture line)

Предлагаемая модель предполагает усреднение сечения двумерного рассеяния и квазиволнового вектора электронов на основе функции распределения Ферми – Дирака с последующим переходом к пределу $T \to 0$, при этом энергетический спектр предполагается квадратичным.

Методика расчета

Сечение рассеяния медленных электронов в двумерном случае на некотором локальном потенциале можно записать в виде [3]

$$\sigma_i(k) = \frac{\pi^2}{k}\left(\ln^2\frac{2}{\gamma k r_i} + \frac{\pi^2}{4}\right)^{-1}, \tag{2}$$

где $\gamma = \exp(C)$, $C \approx 0{,}577\ldots$ – постоянная Эйлера; r_i – величина с размерностью длины. При параболическом законе дисперсии $k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$, где m – эффективная масса электрона в поверхностной зоне; E – энергия поверхностных электронов. С учетом этого формулу (2) можно преобразовать к виду

$$\sigma_i(E) = \frac{4\pi^2\hbar}{\sqrt{2mE}}\left(\ln^2\frac{E}{|U_i|} + \pi^2\right)^{-1}, \quad \ln^2\frac{E}{|U_i|} = \ln^2\frac{|U_i|}{E}, \tag{3}$$

где $|U_i| = \frac{2\hbar^2}{\gamma^2 m r_i^2}$ – модельный потенциал, обусловленный индивидуальной примесью, в форме двумерной прямоугольной ямы глубиной U_i и радиусом r_i.

Поскольку плотность электронных состояний в двумерной зоне не зависит от энергии, справедливо соотношение

$$\langle\sigma_i(E)\rangle_E = \frac{\int_0^\infty E\sigma_i(E) f_F(E,T)\,dE}{\int_0^\infty E f_F(E,T)\,dE}, \tag{4}$$

где $f_F(E,T)$ – функция распределения Ферми – Дирака.

Переходя к безразмерным переменным $x = \frac{E}{k_B T}$, $\eta = \frac{E_F}{k_B T}$ (где k_B – постоянная Больцмана; E_F – энергия Ферми) и сокращая на одинаковые величины числитель и знаменатель, можно (4) привести к виду

$$\langle\sigma_i(E)\rangle_E = \frac{4\pi^2}{k_T}\frac{\int_0^\infty\left(\frac{1}{\ln^2\left(\frac{x}{x_\circ}\right)+\pi^2}\right)\frac{\sqrt{x}\,dx}{\exp(x-\eta)+1}}{\int_0^\infty\frac{x\,dx}{\exp(x-\eta)+1}}, \tag{5}$$

где k_T – характерный тепловой импульс электронов; $x_\circ = \dfrac{|U_i|}{k_B T}$.

Логарифм, стоящий в знаменателе подынтегрального выражения в (5), изменяется довольно медленно вблизи точки $x = \eta$ (или $E = E_F$) (рис. 2).

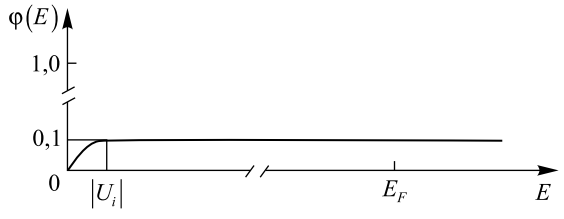


Рис. 2. Горизонтальная линия примерно воспроизводит ход функции $\varphi(E) = \left[\ln^2\left(\dfrac{E}{|U_i|}\right) + \pi^2\right]^{-1}$

Fig. 2. Horizontal line loosely sketches of behavior of the function $\varphi(E) = \left[\ln^2\left(\dfrac{E}{|U_i|}\right) + \pi^2\right]^{-1}$

По этой причине функцию $\varphi(x) = \left[\ln^2\left(\dfrac{x}{x_\circ}\right) + \pi^2\right]^{-1}$ можно вынести из-под знака интеграла при $x = \eta$, так что имеем

$$\left\langle \sigma_i(E) \right\rangle_E = \frac{4\pi^2}{k_T}\left(\frac{1}{\ln^2\left(\dfrac{\eta}{x_\circ}\right) + \pi^2}\right)\frac{\sqrt{\pi}}{2}\frac{F_{1/2}(\eta)}{F_1(\eta)}, \tag{6}$$

где $F_r(\eta) = \dfrac{1}{\Gamma(r+1)}\displaystyle\int_0^\infty \frac{x^r dx}{\exp(x-\eta)+1}$ – интеграл Ферми – Дирака порядка r[**].

Формула (6) справедлива при частичном вырождении квазидвумерного электронного газа. При сильном вырождении ($\eta \gg 1$) [5]

$$F_r(\eta) = \frac{\eta^{r+1}}{\Gamma(r+2)}\left[1 + r(r+1)\frac{\pi^2}{6}\frac{1}{\eta^2} + \ldots\right]. \tag{7}$$

Подставляя разложение (7) в выражение (6), получим

$$\left\langle \sigma_i(E) \right\rangle_E = \frac{4\pi^2}{k_T}\left(\frac{1}{\ln^2\left(\dfrac{\eta}{x_\circ}\right) + \pi^2}\right)\frac{4}{3\sqrt{\eta}}\frac{1 + \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{\pi^2}{6}\cdot\dfrac{1}{\eta^2} + \ldots}{1 + 2\cdot\dfrac{\pi^2}{6}\cdot\dfrac{1}{\eta^2} + \ldots} =$$

[**]Аппроксимация (6) справедлива при условии $E_F \gg |U_i|$. В предлагаемой модели подразумевается, что $|U_i|$ характеризует энергию связи «мелкого» донора (хаотического потенциала) порядка 10 мэВ. При сильном вырождении энергия Ферми поверхностного электрона во много раз превышает энергию связи $D^-(A^+)$-центра и уровень Ферми проходит гораздо выше над потенциальной ямой. В том случае если уровень Ферми пересекает потенциальную яму ($E_F < |U_i|$), то возможны резонансное рассеяние электронов на поверхности полупроводника (включая образование связанных состояний) и другие механизмы рассеяния. В подобных ситуациях аппроксимация (6) может оказаться недостаточно точной или вообще неприемлемой. В связи с этим большое значение приобретают приближенные методы расчета. Одним из таких методов является метод квадратурных формул, который позволяет вычислить (4) с любой степенью точности для произвольной статистики [7]. Однако каждому положению уровня Ферми при этом будет соответствовать свой особый набор узловых точек и весовых множителей.

$$= \frac{4\pi^2\hbar}{\sqrt{2mE_F}}\left(\frac{1}{\ln^2\left(\frac{\eta}{x_\circ}\right)+\pi^2}\right)\frac{4}{3}\frac{1+\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{\pi^2}{6}\cdot\frac{1}{\eta^2}+\ldots}{1+2\cdot\frac{\pi^2}{6}\cdot\frac{1}{\eta^2}+\ldots} =$$

$$= \frac{4\pi^2\hbar}{\sqrt{2mE_F}}\left(\frac{1}{\ln^2\left(\frac{\eta}{x_\circ}\right)+\pi^2}\right)\frac{4}{3}\frac{1+\frac{\pi^2}{8}\cdot\left(\frac{k_BT}{E_F}\right)^2+\ldots}{1+\frac{\pi^2}{3}\cdot\left(\frac{k_BT}{E_F}\right)^2+\ldots} \approx$$

$$\approx \frac{4}{3}\sigma_i\left(E_F\right)\left[1-\frac{5\pi^2}{24}\left(\frac{k_BT}{E_F}\right)^2\right]. \tag{8}$$

Первое слагаемое в (8), умноженное на число $\frac{3}{4}$, совпадает с формулой $\sigma_i\left(k_F\right)=\frac{\pi^2}{k_F}\left(\ln^2\frac{2}{\gamma k_F r_i}+\frac{\pi^2}{4}\right)^{-1}$ из работы [4].

Аналогичные расчеты приводят к формуле для среднего значения квазиволнового вектора электрона

$$\lim_{T\to 0}\left\langle k\left(E\right)\right\rangle = \lim_{T\to 0}\frac{4}{5}k_F\left[1+\frac{7\pi^2}{24}\left(\frac{k_BT}{E_F}\right)^2\right]=\frac{4}{5}k_F. \tag{9}$$

При температуре, стремящейся к нулю, электронная плотность локализуется, в связи с этим в дальнейших расчетах можно не учитывать температурные поправки в формулах (8) и (9).

Таким образом, имеем

$$\left\langle\sigma_i\left(E\right)\right\rangle_E=\frac{4}{3}\sigma_i\left(E_F\right)=\frac{4\pi^2}{3k_F}\left(\ln^2\frac{2}{\gamma k_F r_i}+\frac{\pi^2}{4}\right)^{-1},\quad\left(k_F=\frac{\sqrt{2mE_F}}{\hbar}\right). \tag{10}$$

Определение параметра r_i производится в процессе сшивки волновой функции электрона ψ_i в областях $\rho<\rho_i$ и $\rho_i<\rho<\frac{1}{k_F}$. Во внутренней области можно пренебречь кинетической энергией электрона $E_k=\frac{\hbar^2k^2}{2m}$ по сравнению с его потенциальной энергией $V_i\left(\rho\right)$ в поверхностной зоне.

Во внутренней области уравнение Шрёдингера имеет вид

$$\frac{1}{\rho}\frac{d}{d\rho}\left(\rho\frac{d\psi_i}{d\rho}\right)-\frac{2m}{\hbar^2}V_i\left(\rho\right)\psi_i=0. \tag{11}$$

Потенциальная энергия $V_i\left(\rho\right)$ (конкретная форма которой приведена в работе [4]) соответствует поверхностной плотности заряда (в рамках полуклассической модели электронного облака) $\delta_i=-e\left|\psi_i\right|^2=-\frac{ed_i}{4\pi\left(\rho^2+\frac{d_i^2}{4}\right)^{3/2}}$, где ρ – радиальная координата в плоскости поверхности; ed_i – электрический момент фиктивного диполя (d_i – удвоенное расстояние от донора в ОПЗ до плоскости поверхности полупроводника, т. е. расстояние до его изображения). Вдали от рассеивающего центра (отметим, что внутри области локализации $\rho<\rho_i$ электроны тем не менее рассеиваются, хотя длина свободного пробега ℓ и равна нулю) потенциальная энергия электрона становится малой. При этом асимптотическое решение уравнения (11) имеет вид [3]

$$\psi_{1i}\approx C_1+C_2\ln\rho. \tag{12}$$

Во внешней области волновая функция должна соответствовать асимптотике электронной плотности $\delta_i = -\dfrac{ed_i}{4\pi\left(\rho^2 + \dfrac{d_i^2}{4}\right)^{3/2}}$ при $\rho \gg d_i$, т. е. должна иметь вид

$$\psi_{2i} \approx \sqrt{\frac{d_i}{4\pi}}\,\rho^{-3/2}. \tag{13}$$

Сшивая логарифмическую производную волновых функций (12) и (13) на границе двух областей $\rho = \rho_i$

$$\left.\frac{1}{\psi_{1i}}\frac{d\psi_{1i}}{d\rho}\right|_{\rho=\rho_i} = \left.\frac{1}{\psi_{2i}}\frac{d\psi_{2i}}{d\rho}\right|_{\rho=\rho_i}, \tag{14}$$

приходим к соотношению[***]

$$\frac{C_1}{C_2} = -\ln\left[\rho_i \exp\left(\frac{2}{3}\right)\right]. \tag{15}$$

Выражение с размерностью длины, стоящее в (15) под знаком логарифма, и есть r_i. Значение ρ_i определяется из условия $V_i(\rho) = 0$ [4]. Таким образом,

$$r_i = \frac{d_i}{\sqrt{3}}\exp\left(\frac{2}{3}\right), \text{ откуда } r_i \approx d_i. \tag{16}$$

Из (16) следует физический смысл величины r_i как характеризующей эффективный «размер» диполя (потенциальной ямы с шириной порядка 10–100 Å). Отсюда становится ясным, что модельный потенциал индивидуальной примеси в (3) есть на самом деле порядок величины кинетической энергии, которой обладал бы электрон, локализованный внутри области размером r_i в поле индивидуального диполя.

Сечение рассеяния ограничивает длину свободного пробега:

$$\ell = \frac{1}{\sigma n_s}, \tag{17}$$

где σ – среднее сечение рассеяния на флуктуациях потенциала; n_s – поверхностная концентрация заряда. Для вычисления σ необходимо усреднить (сгладить) выражение (10) по всем размерам диполей d_i, равномерно распределенных в диапазоне 0–2 $L_\circ$ ($L_\circ$ – ширина области обеднения):

$$\sigma = \frac{1}{2L_\circ}\int_0^{2L_\circ}\left\langle\sigma_i\left(k_F d_i\right)\right\rangle d\left(d_i\right) = \frac{1}{2k_F L_\circ}\int_0^{2k_F L_\circ}\left\langle\sigma_i\left(k_F d_i\right)\right\rangle d\left(k_F d_i\right) =$$

$$= \frac{4}{3}\frac{\pi^2}{2k_F^2 L_\circ}\int_0^{2k_F L_\circ}\left[\ln^2\frac{2\sqrt{3}}{\mu\xi} + \frac{\pi^2}{4}\right]^{-1} d\xi. \tag{18}$$

Здесь введено обозначение $\mu = \exp\left(\dfrac{3C+2}{3}\right)$. Интеграл в выражении (18) подстановкой $t = \ln\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{\mu\xi}\right)$ приводится к виду

$$I(y) = \frac{2\sqrt{3}}{\mu}\int_y^\infty \frac{\exp(-t)}{t^2 + \dfrac{\pi^2}{4}}dt, \tag{19}$$

где $y = \ln\left(\dfrac{\sqrt{3}}{\mu k_F L_\circ}\right)$.

[***] На общий интеграл (12) свободного уравнения Шрёдингера еще не наложено граничное условие. Чтобы придать определенный смысл функции (12), надо наложить граничное условие (14). Соотношение (15) позволяет представить волновую функцию (12) в виде: $\psi_{1i} \approx C_2 \ln\left(\dfrac{\rho}{r_i}\right)$. Следовательно, размерность исходной волновой функции определяется константой C_2: $[\psi_i] = [C_2]$.

Для идентификации состояния системы вблизи значения $E_F = 0$ (или $k_F = 0$) требуется рассмотреть асимптотику интеграла (19) при $y \gg 1$. С этой целью проинтегрируем исходный интеграл (19) несколько раз по частям:

$$I(y) = \frac{2k_F L_\circ}{y^2 + \frac{\pi^2}{4}} \left(1 - \frac{2y}{y^2 + \frac{\pi^2}{4}} + \ldots \right)_{y \gg 1} \approx \frac{2k_F L_\circ}{y^2}. \tag{20}$$

С учетом поведения (20) в области больших аргументов для среднего сечения рассеяния имеем

$$\sigma \approx \frac{4}{3} \frac{\pi^2}{k_F} \ln^{-2} \left(\frac{\sqrt{3}}{\mu k_F L_\circ} \right). \tag{21}$$

Теперь возможна оценка состояния сильной локализации электронной плотности на поверхности полупроводника в условиях естественного размерного эффекта. Следуя (9) и (17), (21) и учитывая выражение для ширины ОПЗ $L_\circ = \frac{n_s}{n_\circ}$ ($n_\circ$ – уровень легирования полупроводника), на основе правила (1) получаем критерий

$$\frac{3}{5} \frac{k_F^2}{\pi^2 n_s} \ln^2 \left(\frac{\sqrt{3} n_\circ}{\mu k_F n_s} \right) \le 1. \tag{22}$$

Проведем анализ полученного результата. Прежде всего следует отметить, что сечение рассеяния медленных электронов на флуктуациях хаотического потенциала является вероятностной величиной, а сам процесс низкоэнергетического рассеяния – случайным событием. В условиях естественного размерного эффекта при очень низких температурах вероятность возникновения сильной локализации электронной плотности возрастает. Учет квантовой статистики Ферми – Дирака приводит к тому, что в данном случае критерий сильной локализации соблюдается в среднем только на 60 %. В этом смысле результат авторов работы [4] соответствует идеальному случаю сильной локализации (100 %), практически не достижимому в реальных условиях. Кроме того, в отмеченной выше работе не учитывается то обстоятельство, что в пределе $T \to 0$ электронная плотность локализуется, а для перехода к этому пределу требуется предварительно усреднить сечение рассеяния и волновой вектор электрона (формулы (8) и (9)). Согласно критерию (22) можно лишь говорить о более или менее сильной локализации электронной плотности в зависимости от уровня легирования полупроводника, концентрации поверхностных дефектов и т. п. При этом, как было отмечено в работе [4], на критическом уровне легирования $n_0 \le 3{,}66 \cdot 10^{18}$ см$^{-3}$ порог протекания равен нулю, а значение поверхностной плотности $n_s = 10^{12}$ см$^{-2}$, отвечающее критерию сильной локализации, близко к типичным величинам, характерным для поверхности легированных полупроводниковых кристаллов с диэлектрической проницаемостью порядка 10. Ситуация, довольно близкая к условиям проявления сильной локализации, наблюдалась на поверхности полупроводника *n*-InGaN (0001) [6]. Было выявлено существование естественного зарядового слоя, ширина которого может быть вполне соизмерима с расстоянием между дефектами. Экспериментальные исследования дают основание полагать, что формирование зарядового слоя может быть вызвано различными причинами, в частности высокой поверхностной плотностью дефектов.

Интерес к исследованиям формирования естественного зарядового слоя на поверхности полупроводниковых кристаллов связан с возможностью получения новой фундаментальной информации о свойствах поверхностных электронных состояний.

Заключение

Основное содержание настоящей статьи можно констатировать формулами (8), (10) и (22). Учет статистики Ферми – Дирака при выводе критерия сильной локализации 2D электронного газа на поверхности сильнолегированного полупроводника является необходимой процедурой для корректного перехода ($T \to 0$) к состоянию сильной локализации. С этой целью в работе были получены низкотемпературные поправки к сечению двумерного рассеяния и квазиволновому вектору электрона (формулы (8) и (9)).

Библиографические ссылки

1. *Бондаренко В. Б., Кузьмин М. В., Кораблев В. В.* Анализ естественных неоднородностей потенциала у поверхности примесного полупроводника // ФТП. 2001. Т. 35, вып. 8. С. 964–968.

2. *Гантмахер В. Ф.* Электроны в неупорядоченных средах. М. : Физматлит, 2013.

3. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика : в 10 т. М. : Наука, 1989. Т. 3 : Квантовая механика (нерелятивистская теория).

4. *Бондаренко В. Б., Филимонов А. В.* Критерий сильной локализации на поверхности полупроводника в приближении Томаса – Ферми // ФТП. 2017. Т. 51, вып. 10. С. 1372–1375. DOI: 10.21883/FTP.2017.10.45015.8507.

5. *Аскеров Б. М.* Кинетические эффекты в полупроводниках. Л. : Наука, 1970.

6. *Бенеманская Г. В., Жмерик В. Н., Лапушкин М. Н. и др.* Аккумуляционный нанослой – 2D-электронный канал ультратонких интерфейсов Cs/*n*-InGaN // Физика твердого тела. 2009. Т. 51, вып. 2. С. 372–376. PACS: 73.20-r, 73.21.Fg, 79.60.Dp.

7. *Никифоров А. Ф., Уваров В. Б.* Специальные функции математической физики. М. : Наука, 1978.

References

1. Bondarenko V. B., Kuzmin M. V., Korablev V. V. [An analysis of as-grown inhomogeneities peculiar to the surface potential of the impurity semiconductor]. *Fiz. Tekh. Poluprovodn.* [Semiconductors]. 2001. Vol. 35, issue 8. P. 964–968 (in Russ.).

2. Gantmakher V. F. Elektrony v neuporyadochennykh sredakh [Electrons in disordered mediums]. Moscow : Fizmatlit, 2013 (in Russ.).

3. Landau L. D., Lifshits E. M. Teoreticheskaya fizika [Theoretical physics] : in 10 vols. Moscow : Nauka, 1989. Vol. 3 : Kvantovaya mekhanika (nerelyativistskaya teoriya) [Quantum mechanics (nonrelativistic theory)] (in Russ.).

4. Bondarenko V. B., Filimonov A. V. [A criterion for strong localization on a semiconductor surface in the Thomas – Fermi approximation]. *Fiz. Tekh. Poluprovodn.* [Semiconductors]. 2017. Vol. 51, issue 10. P. 1372–1375 (in Russ.). DOI: 10.21883/FTP.2017.10.45015.8507.

5. Askerov B. M. Kineticheskie effekty v poluprovodnikakh [Kinetic effects in semiconductors]. Leningrad : Nauka, 1970 (in Russ.).

6. Benemanskaya G. V., Jmeric V. N., Lapushkin M. N., et al. Accumulation nano-layer – 2D-electron channel of ultrathin interfaces Cs/*n*-InGaN. *Fiz. Tverd. Tela.* 2009. Vol. 51, issue 2. P. 372–376. PACS: 73.20-r, 73.21.Fg, 79.60.Dp (in Russ.).

7. Nikiforov A. F., Uvarov V. B. Spetsial'nye funktsii matematicheskoi fiziki [Special functions of mathematical physics]. Moscow : Nauka, 1978 (in Russ.).

Статья поступила в редколлегию 02.03.2018.
Received by editorial board 02.03.2018.